

九州大学工学部 学正員 ○藤津卓司
正会員 吉村虎哉
学正員 大塚久哲

1. まえがき

近年都市において、すぐれたねじり剛性を持つ、箱桁橋が高架道路構造として、さかんに採用されており、設計にあたっては、従来の断面形状不変の仮定に基づいた曲げねじり理論により解析が行われているようである。コンクリート箱桁橋においては、特に、ダイヤフラムを用いず、自らのウェブ剛性により、変形に抵抗する構造として、断面を決定した方が、施工上も、また、コンクリートの特性を生かす上でも、経済的と考えられる。そこで断面変形を考慮した解析が必要となり、これには、有限要素法、折板理論などがある。

ここでは、まず Y. K. Cheung によつて提唱された F.E.M. を用いて、断面変形が、垂直応力（そり応力 + 曲げ応力）に及ぼす影響を調べ、曲げねじり理論による値、及び、実験結果との比較を行い、ダイヤフラムを持たない場合の断面変形の考慮の必要性を確かめた。次に F.E.M. と結合法を組み合わせる事により、ダイヤフラムを考慮した解析を試み、これを、実験値と比較して、理論の裏付けを行なった。この手法によれば、ダイヤフラムの個数と、断面保持の関係、及び、ダイヤフラム付多スパン連続曲線箱桁橋の解析も可能となる。

2. ダイヤフラムの付いた曲線箱桁橋の F.E.M. による解法

(i) 解析上の仮定

(a) ウェブとフランジは、異方性あるいは、半等方向性とする。

剛性が変化し得るものとする。

(b) 箱桁は、同心円の円弧を持つ平板及び、曲面板からなり、

エンドダイヤフラムは、橋軸に直交しているものとする。

(c) エンドダイヤフラムは、面内方向には、剛性が無限大、

面外方向には、剛性を持たない構造とする。

一般に、曲線箱桁橋のウェブは、面外の曲率を持つ曲面板であるが、上下フランジは、面内のみで、曲率を持つ扇形板であるので、面内応力と曲げ応力が、連成しない。そこで、個々に変位関数を定義し得る。

(ii) 上下フランジの変位関数

(a) 面内の変位

$$u_m = \left\{ \left(1 - \frac{R}{r}\right) u_{im} + \frac{R}{r} u_{om} \right\} \sin \frac{m\theta}{\alpha} \quad \text{--- (1)}$$

$$v_m = \left\{ \left(1 - \frac{R}{r}\right) v_{im} + \frac{R}{r} v_{om} \right\} \cos \frac{m\theta}{\alpha} \quad \text{--- (2)}$$

(b) 面外の変位

$$w_m = \left\{ \left(1 - \frac{R^2}{r^2} + \frac{R}{r}\right) w_{im} + b(R - R^2 + \frac{R^2}{r}) \psi_{im} + \left(\frac{R^2}{r} - \frac{R}{r}\right) w_{om} + b\left(\frac{R^2}{r} - \frac{R}{r}\right) \psi_{om} \right\} \sin \frac{m\theta}{\alpha} \quad \text{--- (3)}$$

ここに、 $R = (r - r_i)/b$ 、 $b = (r_o - r_i)/2$ 、 m : 調和項数。

(iii) ウェブの変位関数

$$u_m = \left\{ \left(1 - \frac{r}{a}\right) u_{im} + \left(\frac{r}{a}\right) u_{om} \right\} \sin \frac{m\theta}{\alpha} \quad \text{--- (4)}$$

$$v_m = \left\{ \left(1 - \frac{r}{a}\right) v_{im} + \left(\frac{r}{a}\right) v_{om} \right\} \cos \frac{m\theta}{\alpha} \quad \text{--- (5)}$$

$$w_m = \left\{ \left(1 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{r}{a}\right) w_{im} + \left(r - \frac{r^2}{a} + \frac{r^2}{a^2}\right) \psi_{im} + \left(\frac{r^2}{a^2} - \frac{r}{a} + \frac{r^2}{a^2}\right) w_{om} + \left(\frac{r^2}{a^2} - \frac{r}{a}\right) \psi_{om} \right\} \sin \frac{m\theta}{\alpha} \quad \text{--- (6)}$$

以上 (i) (ii) の変位関数を変位 - ひずみの関係式に代入し、エネルギー原理を、

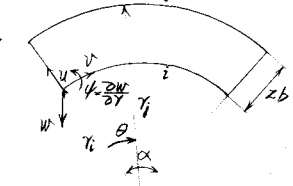
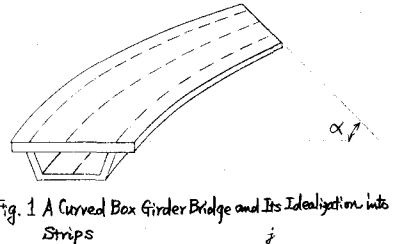


Fig. 2 A Flang Strip

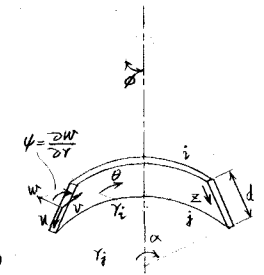


Fig. 3 A conical Web Strip

用いることにより、フランジ及び、ウェブの剛性マトリクスを得る。

3. 複数個のダイヤフラムを持つ箱桁橋の解法 (例として、2個のダイヤフラムを持つ場合を考える。)

(i) 解法上の仮定

ダイヤフラムと箱桁は、面内力 P , Q , のみで結合されているものとし、面内曲げモーメント、及び、面外方向の垂直力の結合はしない。

(ii) 解法

(a) 外力系 (X. 系)

ダイヤフラムを取り除いた箱桁に、与えられた外荷重が、作用する場合を、F.S.M. で解き、各 nodal line とダイヤフラムとの交点の変位 $\{\delta_0\}$ を求める。

$$\{\delta_0\} = \{u_{11}^0, w_{11}^0, u_{12}^0, w_{12}^0, \dots, u_{1n}^0, w_{1n}^0, u_{21}^0, w_{21}^0, u_{22}^0, w_{22}^0, \dots, u_{2n}^0, w_{2n}^0\}^T \dots (17)$$

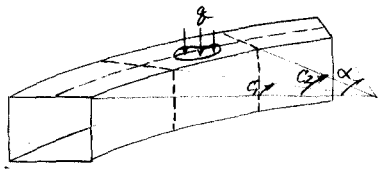


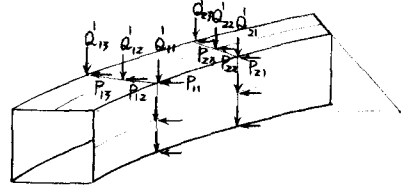
Fig. 4 外力系

(b) X_1 系

ダイヤフラム及び、外荷重を取り除いた、箱桁に、不確定余力 $\{X_1\} = \{P_{11}^1, Q_{11}^1, P_{12}^1, Q_{12}^1, \dots, P_{1n}^1, Q_{1n}^1, P_{21}^1, Q_{21}^1, \dots, P_{2n}^1, Q_{2n}^1\}^T \dots (18)$

をかけた、関係式 $\sum_{m=1}^n \{\delta_{1m}^1\} = \sum_{m=1}^n [F_{1m}] \{X_1\}$

$$= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \left[\begin{array}{c} [F_m] \\ 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \frac{SC}{\alpha} & \frac{SC}{\alpha} \\ 0 & \frac{SC}{\alpha} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} P_{11}^1 \\ Q_{11}^1 \\ P_{12}^1 \\ Q_{12}^1 \\ \vdots \\ P_{1n}^1 \\ Q_{1n}^1 \\ P_{21}^1 \\ Q_{21}^1 \\ \vdots \\ P_{2n}^1 \\ Q_{2n}^1 \end{array} \right] = [F_1] \{X_1\} \dots (19)$$



に於ける換算 Flexibility Matrix $[F_1]$ を求める。

《記号の説明》

U_{ij} 係
 i 結合点の番号
 j ダイヤフラムの番号

(c) X_2 系

ダイヤフラムだけを取り出し、有限要素法により、ダイヤフラムの剛性マトリクス $[K_2]$ を求める。

$$\{X_2\} = [K_2] \{\delta_2\} \dots (20)$$

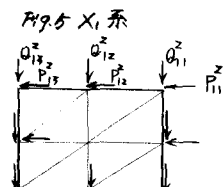


Fig. 6 ダイヤフラムの分割方法

(d) 不確定余力 $\{X_1\}$ を求める。

変位の適合条件より; $\{\delta_0\} + \{\delta_1\} = \{\delta_2\} \dots (21)$

箱桁とダイヤフラムの間の力のつり合条件より; $\{X_1\} + \{X_2\} = 0 \dots (22)$

式 (21), (22) を式 (19) に代入して; $\{X_1\} = -(I + [K_2][F_1])^{-1} [K_2] \{\delta_0\} \dots (23)$

なる不確定余力を求め、与えられた外荷重と、力 $\{X_1\}$ を同時に箱桁にかけて、解析すればよいこととなる。

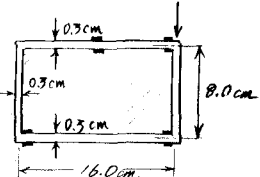
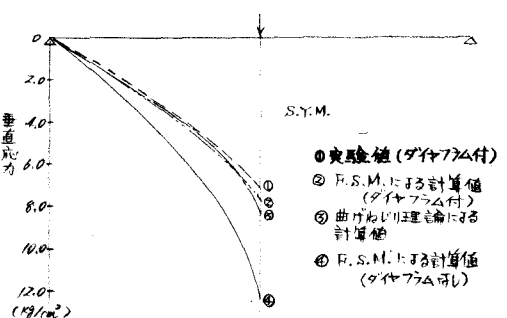


Fig. 7

4. 模型実験 (直線一室箱桁)

Fig. 7 に示す断面寸法を持つスパン 120.0 CM の一室箱桁を、アクリル樹脂により作成し、ダイヤフラムは、スパン中央に設けた。Fig. 8 は、Fig. 7 の載荷状態における下フランジ隅部、面内垂直力の実験値を、曲げねじり理論及び、F.S.M. による計算値と比較したものである。但し、F.S.M. による理論値計算において、緩和項数は、5/項までとした。



S.Y.M.

- ① 実験値 (ダイヤフラム付)
- ② F.S.M. による計算値 (ダイヤフラム付)
- ③ 曲げねじり理論による計算値
- ④ F.S.M. による計算値 (ダイヤフラムなし)

(参考文献) The Analysis of Cylindrical Orthotropic Curved Bridge Decks
 31-1 1971. Y.K. Cheung
 Analysis of Curved Box Girder Bridges by Finite Strip Method.
 31-1 1971. Y.K. Cheung