I－9　　単一門形ラーメンの動的弾塑性解析

九大　工　学生員　○下田　耕一郎
九大　工　正　員　今井　富士夫
九大　工　正　員　太田　俊昭

1．まえがき　本研究は、鋼骨組構造物の動的弾塑性解析理論の一般的確立を目指すもので、先きに報告した片持ばりの研究[1]に続いて、ここでは単一門形ラーメンを考察するものとする。まず、片持ばりの理論を拡張して同ラーメンの弾塑性振動方程式を導き、正弦波強制水平外力を受ける場合の数値解析を試み、これをリブスレイ流の単純塑性解析理論に基づく動的応答解析の結果と比較検討する。その際問題となる部材分割数、特に柱のそれについては、動的4連モーメント法[2]に基く厳密固有値解析値との比較によって行うものとする。

次いで、単一門形ラーメンについての塑性応答試験を行ない、本解析法の妥当性を確認するとともに、動的非線形力学特性、なかんずく、ひずみ速度と勾配比上昇率の相関性などについての定性的な把握を試みる。

2．理論　図－1に示す水平荷重を受け、かつ柱とはりの剛比がkであるような門形ラーメンを考える。このとき、門形ラーメンの変形は、逆対称であるゆえ、門形ラーメンのはりの質量、およびB端の材端モーメントM_Bを片持ばりの自由端に付加質量、および付加モーメント荷重として負荷することによって、この門形ラーメンは、図－2のような片持ばりに単純化できる。いま、図－2の片持ばりをn分割し、集中Mass法を導入すれば、荷重$\mathbb{P}$は、強制力$\mathcal{P}$と加速度$\ddot{\boldsymbol{y}}$による慣性力$\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{y}}$に分けられる。

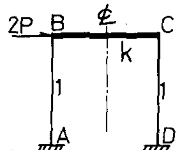


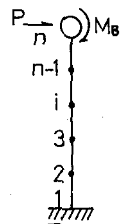
図-1

$$\mathbb{P} = \mathcal{P} - \boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{y}} \quad (\boldsymbol{m}：節点質量) \qquad \text{---------(1)}$$

また、この荷重$\mathbb{P}$が働くときの中間曲げモーメント$\mathbb{M}$

$$\mathbb{M} = -\{\mathbb{I}\}M_B - \boldsymbol{\alpha}_p\mathbb{P} \quad (\boldsymbol{\alpha}_p：(n-1)次の係数行列、\ \{\mathbb{I}\}：単位列行列) \qquad \text{---(2)}$$

一方、B端のたわみ角θ_B、および固定端を除き、自由端Bを含むたわみ$\boldsymbol{y}$は、いずれも、$\boldsymbol{\phi}$－法公式より、一般に次式となる。



図－2

$$\theta_B = -\boldsymbol{b}\boldsymbol{\phi} - b_B\phi_B \qquad (3) \qquad \boldsymbol{y} = -\boldsymbol{a}\boldsymbol{\phi} - a_B\phi_B \qquad \text{---------(4)}$$

ここに、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{a}$、およびa_Bは、$(n-1)$次の係数行列である。

また、曲率$\boldsymbol{\phi}$と、曲げモーメント$\mathbb{M}$との関係は、弾性、弾塑性を問わず次式となる。

$$\left.\begin{array}{l}\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\gamma}\mathbb{M} + \boldsymbol{\phi}^p \\ \phi_B = \gamma_B M_B + \phi_B^p\end{array}\right\} \left(\boldsymbol{\gamma} = \frac{1}{EI}\mathbb{I}\ ,\ \mathbb{I}は単位行列、\ \boldsymbol{\phi}^p：塑性曲率\right) \qquad \text{--------(5)}$$

いま、剛比kが大であると仮定するなら、B端におけるたわみ角$\theta_B \fallingdotseq 0$となる。

よって、M_Bは、式(2)，(3)，(5)より

$$M_B = \frac{1}{B}\left(-\boldsymbol{b}\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\alpha}_p\mathbb{P} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{\phi}^p + b_B\phi_B^p\right) \qquad (ここに\quad B = \boldsymbol{b}\boldsymbol{\gamma}\{\mathbb{I}\} + b_B\gamma_B) \qquad \text{---------(6)}$$

また、曲げモーメント$\mathbb{M}$も、式(2)を整理すると、次のようになる。

$$\mathbb{M} = \left(\frac{1}{B}\{\mathbb{I}\}\boldsymbol{b}\boldsymbol{\gamma} - \mathbb{I}\right)\boldsymbol{\alpha}_p\mathbb{P} - \frac{1}{B}\{\mathbb{I}\}\boldsymbol{b}\boldsymbol{\phi}^p - \frac{1}{B}\{\mathbb{I}\}b_B\phi_B^p \qquad \text{---------(7)}$$

たわみ$\boldsymbol{y}$も、式(3)，(4)より、

$$\boldsymbol{y} = -\mathbb{A}\boldsymbol{\phi} \qquad (ここに\quad \mathbb{A} = \boldsymbol{a} - \frac{1}{b_B}a_B\boldsymbol{b}) \qquad \text{---------(8)}$$

式(8)に、式(5)，(7)を代入し、かつ、$\boldsymbol{\gamma} = \frac{1}{EI}\mathbb{I}$を用いると、

$$\boldsymbol{y} = -\frac{1}{EI}\mathbb{A}\mathbb{D}\boldsymbol{\alpha}_p\mathbb{P} + \mathbb{A}\mathbb{D}\boldsymbol{\phi}^p + \frac{1}{B}\frac{1}{EI}\mathbb{A}\{\mathbb{I}\}b_B\phi_B^p \qquad (ここに、\mathbb{D} = \frac{1}{B}\frac{1}{EI}\{\mathbb{I}\}\boldsymbol{b} - \mathbb{I}) \qquad \text{---------(9)}$$

これが、単一門形ラーメンの弾塑性振動方程式である。

また、(9)式に、式(1)を代入し、かつ強制力と、塑性曲率を除いた式、すなわち

$$\boldsymbol{y} = \frac{1}{EI}\mathbb{A}\mathbb{D}\boldsymbol{\alpha}_p\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{y}} \qquad \text{---------(10)}$$

この式(10)は、単一門形ラーメンの固有振動方程式である。

3. 考察　いま、表-1、図-3,4のAは動的4連モーメント、Bは本法、Cは単純塑性解析理論に基ずく計算例を示したものである。また図-3,4は、横軸に時間t、縦軸にB端のたわみ$\bar{y}$をプロットしたものである。

表-1は、固有値$\omega_0=C_0\sqrt{EI/m_0 l^4}$ (ここに、m_0:基準単位質量、l:基準長さ、E:ヤング率、I:断面2次モーメント)のC_0と、柱の単位質量mとm_0との比($\tilde{m}=m/m_0$)との関係を表記したものである。

		A	B(3分割)	B(5分割)	B(10分割)	B(5分割)	C
$\tilde{m}$		1/1	1/1(誤差%)	1/1(誤差%)	1/1(誤差%)	1/10	0
C_0	1次	2.51	2.53(0.8)	2.53(0.8)	2.53(0.8)	2.794	2.803
	2次	23.2	23.1 (0.4)	23.5 (1.3)	23.5 (1.3)		
	3次	62.0	51.8 (16.5)	62.1 (0.2)	62.9 (1.5)		

表-1

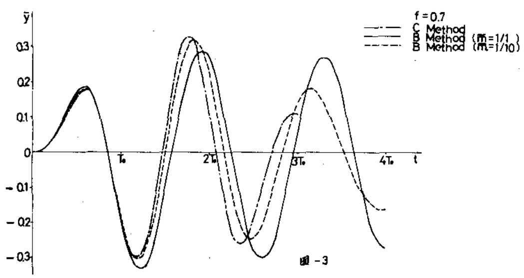
これをみると、厳密解であるA法と、同じ$\tilde{m}$を持つ本法とを比較すると、3分割では3次の固有値に大きな誤差が生じているが、5分割、10分割の場合は1~3次について、いずれも良い合致が見られる。

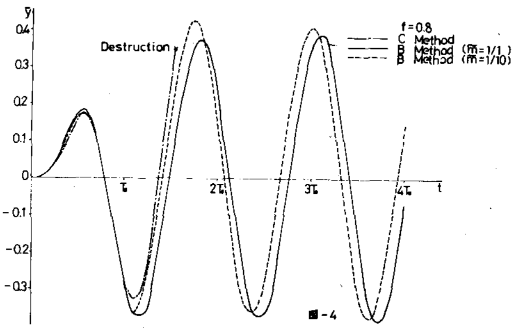
また、1質点系として解析したC法と、$\tilde{m}=1/10$の本法では、その固有値はほぼ一致している。

次に、$P=Km\alpha_0\sin\omega t$ (K:応答倍率、α_0:基準加速度、$\omega=f\omega_0$) なる強制水平正弦波荷重をかけた場合について、B、C法で弾塑性応答解析した結果が、図-3,図-4である。これらをみると、C法と、本法($\tilde{m}=1/10$)は、ほぼ一致するが、図-4($f=0.8$)において、ラーメンは崩壊しないのに対し、C法では途中で崩壊する結果が得られる。

これは、C法では部材を完全弾塑性体とし解析を進めているのに対して、本法は、ひずみ硬化を考慮している点(塑性ひずみ勾配比 $\mu=0.01$)の相違と考えられる。また質量が違う場合を比較すると、$\tilde{m}=1/1$の方が強制力が大きいゆえ、それだけ塑性変形と損失エネルギーが増大して、減衰効果を強め自由振動の影響を弱めて[3]いることが判る。なお、ラーメンの模型実験の詳細とその結果についての考察は講演当日に発表する予定である。

最後に、本研究を行うにあたって、御指導を賜った九大、吉村教授に厚く感謝します。





〈参考文献〉

1)、今井富士夫 他2名;骨組構造物の動的弾塑性応答に関する研究、土木学会第29回年次学術講演集、昭和49年10月

2) 岡本舜三;4連モーメント定理による架構の振動問題の解法について、土木学会誌、第25巻、第12号、昭和14年12月

3) 田治見 宏;建築振動学、コロナ社、pp23~37、昭和48年