

九州大学 学生員 ○角 昌隆
九州大学 学生員 寺本 恵一郎
九州大学 正 員 太田 俊昭

1. まえがき

著者らは、さきに発表した層組構造物の曲げ崩壊メカニズムの自動極限解析法をさらに拡張して、組み合わせ応力下における構造物の崩壊メカニズムを解明しようと試みたものである。すなわちその質子は、平衡条件と変形の適合条件に基づく増分形式の変形法を用いて任意変動荷重を受ける構造物の崩壊挙動を一貫した行列解法によって自動追跡可能ならしめるものである。一般に立体層組構造物では、曲げモーメントとねじりモーメント下の塑性ヒンジが形成されるが、その取り扱いには、組み合わせ応力下のミゼスの降伏条件式に、塑性流れ理論による解法する方法を採用している。この種の理論に基づく解析法は、上田¹⁾、藤田²⁾、児島³⁾等によってもなされているが、本法では、これらと手法が異なり、塑性条件としてのパラメーターを予め、一般的に解式中に導入して、マトリックスの元数ならびに要素配列を固定化し、かつ演算時間を短縮するために柔行列法を採用しており、任意変動荷重を受ける立体層組構造物の崩壊挙動を平易かつ自動的に解明することができる。以下にその基礎理論と、解析結果の一例を示す。

2. 基礎理論

予想降伏ヒンジ間を一部材とし、その部材端を i, j とすると部材が弾性の場合、部材端に作用する力の増分を、 $\{\dot{M}\} = \{\dot{M}_i, \dot{M}_j\}^T$ 、部材端の変形の増分を $\{\dot{u}\} = \{\dot{u}_i, \dot{u}_j\}^T$ 、とすると $\{\dot{M}\}$ と $\{\dot{u}\}$ は、剛性行列 K を用いて、

$$\begin{Bmatrix} \dot{M}_i \\ \dot{M}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_j \end{Bmatrix} \quad \text{----- (1)}$$

と表わせる。また弾性時の変形の適合条件式は、たわみ角の増分を θ 、材端変位の増分を U とし、節点の変形増分を $\dot{u}$ とすれば、次のように表わせる。

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \dot{D}_i \\ \dot{D}_j \end{Bmatrix} \equiv A \dot{u} \quad \text{----- (2)}$$

一方、力のつり合い式は、外力の増分を $\dot{P}$ とすると、反傾関係より次式で表わせる。

$$\dot{P} = A^T \dot{M} \quad \text{----- (3)}$$

部材端が降伏して、塑性ヒンジが生じると、材端弾性変形の増分 $\{\dot{u}\}$ は、節点の塑性変形増分 $\{\dot{u}^p\}$ を用いて、

$$\dot{u} = A \dot{u}^p \quad \text{----- (4)}$$

と書ける。降伏曲線上の点 $2(i)$ における外向き法線ベクトルを $\{\dot{L}\}$ とすると、定数 $\{\dot{\lambda}\}$ を用いて $\{\dot{u}^p\}$ は、

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_i^p \\ \dot{u}_j^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_i L_i & 0 \\ 0 & \beta_j L_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\lambda}_i \\ \dot{\lambda}_j \end{Bmatrix} \quad \text{----- (5)}$$

と書ける。部材端 $i(j)$ が弾性時の場合は $\beta_{i(j)} = 0$ となり、塑性時の場合 $\beta_{i(j)} = 1$ と置く。 $\{\dot{L}\}$ の内容は、降伏関数を f とすると次のように表わせる。

$$\dot{L} = \begin{bmatrix} \beta_i (\partial f / \partial M)_i & 0 \\ 0 & \beta_j (\partial f / \partial M)_j \end{bmatrix} \quad \text{----- (6)}$$

また、塑性ヒンジが生じた部材端において、内力成分の比は、変形成分の比によって変化するが、それらは、常に、塑性条件すなわち、

$$df = 0 \quad \text{----- (7)}$$

を満足するように変化しなければならない。書き改めると、

$$\textcircled{1} = \begin{bmatrix} \beta_i (\partial f / \partial M)_i & 0 \\ 0 & \beta_i (\partial f / \partial M)_i \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \dot{M}_i \\ \dot{M}_i \end{Bmatrix} \quad \text{----- (8)}$$

これが塑性ヒンジが発生したときの定数 $\{\dot{\lambda}\}$ を決定する条件式となる。したがって弾性時では、

$$\alpha \dot{\lambda} = 0 \quad \text{----- (9)}$$

となるので、式(8)に式(9)の条件を含ませる必要がある。ただし $\{\alpha\}$ は、要素 i を有する対角行列で、塑性ヒンジ発生時に 1、そうでないときは、0とおく。

式(3),(8)に式(1),(4),(5)を代入すると、

$$\dot{P} = A^T k A \dot{U} - A^T k L \dot{\lambda} \equiv K \dot{U} - G \dot{\lambda} \quad \text{----- (10)}$$

$$0 = L^T k (A \dot{U} - L \dot{\lambda}) \equiv G^T \dot{U} - H \dot{\lambda} \quad \text{----- (11)}$$

式(10)より

$$\dot{U} = K^{-1} (\dot{P} + G \dot{\lambda}) \equiv S (\dot{P} + G \dot{\lambda}) \quad \text{----- (12)}$$

式(11),(12)より、塑性変形増分を規定する $\dot{\lambda}$ が次のように求められる。

$$\dot{\lambda} = (H - G^T S G)^{-1} G^T S \dot{P} \equiv C_g^{-1} G^T S \dot{P} \quad \text{----- (13)}$$

また式(12),(13)より、変形増分 $\dot{U}$ が

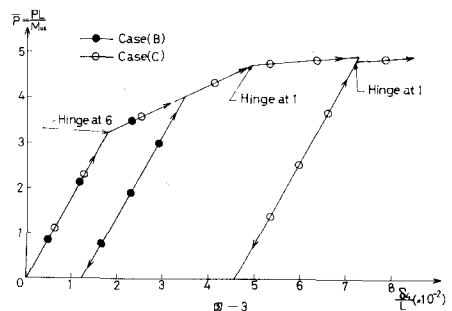
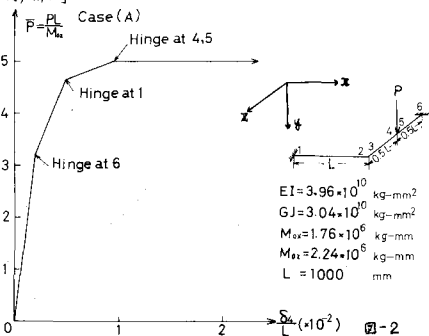
$$\dot{U} = (I + S G C_g^{-1} G^T) S \dot{P} \quad \text{----- (14)}$$

で求められ、したがって式(1),(4),(12),(14)より、 $\dot{M}$ が次式で算定できる。

$$\dot{M} = \{k A (I + S G C_g^{-1} G^T) - k L C_g^{-1} G^T\} S \dot{P} \quad \text{----- (15)}$$

なお、除荷の場合(13)式で表わされる $\{\dot{\lambda}\}$ は負となり、それに最終崩壊荷重は、 $\{C_g\}$ が不定になったときの荷重値で表わされる。

3. 解析例



本解析に当っては、降伏断面における部材端力の増分と、変位の増分の関係が非線形となり、これらの関係を線形になおすために、上界近似の方法と下界近似の方法とがあるが、著者らは、前者の方法を採用しているため荷重増分を小にとれば、終局耐力は、次第に上界から正解に収束する。図一五に示した直角折れ線はリンドク集中荷重 P を case (A) $P=0 \rightarrow 5.0 (M_u/L)$ の漸増荷重を受ける場合、case (B) $P=0 \leftrightarrow 4.5 (M_u/L)$, case (C) $P=0 \leftrightarrow 4.9 (M_u/L)$ を 1 cycle としてくり返させる場合を採用した。図一三より case (B) の場合は、2 cycle 以後では、この折れ線は、弾性挙動を示し、いわゆる変形硬化現象をおこし、case (C) では、漸増塑性変形による崩壊を生じている。

参考文献

- 1) 上田幸雄他：マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析，日本造船学会論文集，第124号，昭和43年，11月。
- 2) 児嶋弘行他：平面剛節構造物の自動極限解析，土木学会論文報告集，PP.463-468，昭和46年，10月