

長崎大学 正員 築地 恒夫
長崎大学 学生員 藤原 博文

1 予えがき 薄肉断面を有する曲線ばりに関する剛性マトリックスは、一平面内に曲っている円弧ばりに対して、断面のせりも考慮したものが提案されているが、初期曲率・ねじり率を有する立体曲線ばりに関するものは見当たらない。また円弧ばりに関する既存の剛性マトリックスも、断面寸法に比較して曲率半径が大きい、細いばりに限られているようである。ここでは、断面の曲率半径方向振がりをも考慮した、立体曲線ばりに関する、より一般化的剛性マトリックスを求め、その応用として、らせんばりの変形解析を行なう。

2 剛性方程式 図1にらせんばりの座標軸を示す。節変位は、圆心の δ 、 ℓ 、 δ 方向変位 u 、 v 、 w と δ 軸まわりの断面回転角 θ 、 ℓ 方向にのみ角 $\bar{\theta}$ 、 ℓ 軸に関するねじり率 $\bar{\theta}$ である。節変位は δ 、 ℓ 、 δ 方向の $P_\delta, P_\ell, P_\delta$ と、 ℓ 、 δ 軸まわりのモーメント $M_\delta, M_\ell, M_\delta$ および、 δ 軸モーメント M_θ である。数値計算の都合上、断面の代表寸法 a 、1要素の長さ l を用いて、次のように無次元化する。

$$\begin{aligned}\bar{u} &= u/a, \bar{v} = v/a, \bar{w} = w/a, \bar{\theta} = \theta, \bar{\ell} = \ell/a, \bar{\delta} = \delta/a, \\ \bar{P}_\delta &= P_\delta l/a, \bar{P}_\ell = P_\ell l/a, \bar{P}_\delta = P_\delta l/a, \bar{M}_\delta = M_\delta l/a, \bar{M}_\ell = M_\ell l/a, \bar{M}_\delta = M_\delta l/a, \\ \bar{M}_\theta &= M_\theta l/a, L = l/l, \alpha = \ell/l, \bar{a} = a/l, l_0 \text{ は 1 要素の長さ。}\end{aligned}$$

長さ。

変位 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{\theta}$ を L のべき級数で近似する。

$$\begin{aligned}\bar{u} &= a_0 + a_1 L + a_2 L^2 + a_3 L^3, \bar{v} = b_0 + b_1 L + b_2 L^2 + b_3 L^3 \\ \bar{\theta} &= c_0 + c_1 L + c_2 L^2 + c_3 L^3, \bar{w} = d_0 + d_1 L\end{aligned} \quad \dots (1)$$

(1)式の係数 $a_0, a_1, a_2, \dots, d_0, d_1$ は節変位 i, j の変位 u, v, w, θ の関数として次のように表わされる。

$$a_i = H_i \cdot U_i \quad \dots (2)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \bar{x}_1 & 0 & 0 & 0 & -\bar{x}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2}\bar{x}_1 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & -\frac{2}{3}\bar{x}_1^2 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\bar{x}_1 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & -\frac{1}{6}\bar{x}_1 & -\frac{1}{6}\bar{x}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}\bar{x}_1 & \frac{1}{6}\bar{x}_1 & \frac{2}{3}\bar{x}_1^2 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\bar{x}_1 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & \frac{1}{6}\bar{x}_1 & \frac{2}{3}\bar{x}_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{x}_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3}\bar{x}_1 & 0 & -\frac{3}{2}\bar{x}_1 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\bar{x}_1 & 0 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & -\frac{1}{6}\bar{x}_1 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3}\bar{x}_1 & 0 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & \frac{1}{6}\bar{x}_1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\bar{x}_1 & 0 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & \frac{1}{6}\bar{x}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{x}_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\bar{x}_1 & -\frac{3}{2}\bar{x}_1 & -\frac{3}{2}\bar{x}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\bar{x}_1 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & -\frac{1}{6}\bar{x}_1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\bar{x}_1 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & \frac{1}{6}\bar{x}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\bar{x}_1 & \frac{3}{2}\bar{x}_1 & \frac{1}{6}\bar{x}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a = \{ a_0, a_1, a_2, \dots, d_0, d_1 \}^T$$

$$U = \{ \bar{u}^i, \bar{v}^i, \bar{w}^i, \bar{\theta}^i, \bar{u}^j, \bar{v}^j, \bar{w}^j, \bar{\theta}^j \}^T$$

また、 $\bar{x}_1 = K_1 l$ 、 $\bar{x}_2 = K_2 l$ であり
 K_1, K_2 は初期曲率・ねじり率である。

文献(1)より、立体曲線ばりの1要素に関する仮定仕事の原理は次のように書ける。

