

九州大学工学部 正員 〇彦坂 熙
 学生員 内谷 保

PCの多主桁橋や多室箱桁橋(Fig. 1)の設計に際し、PC鋼材緊張により導入されるプレストレス量は、個々の主桁が単独に緊張されるものとして計算されている。しかし、緊張力による主桁の曲げには構造全体の剛性が影響を及ぼし、主桁には同時にねじりも生ずるので、とくにねじり剛性の大きな多室箱桁橋やねじり特性の顕著な多主桁斜橋のプレストレスは、単一PC桁として計算したものとはかなり異なることも予想される。本論は、PC鋼材が任意の曲線配置形をもつ多主桁斜橋や多室箱桁斜橋について、構造全体の剛性を考慮した緊張力による曲げの差分解析法を提案し、差分法の精度の検討および慣用の計算による結果との比較を行ったものである。

Fig. 2のように、曲げ剛性EIなるPC桁の任意位置xにおける断面のPC鋼材偏心位置(図心軸より下側にはかるときを正)を e_x とすれば、緊張力Pによる桁のたわみ曲線yの方程式が次式で与えられる。

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{P}{EI} \frac{d^2 e_x}{dx^2} \quad (1)$$

すなわち、たわみ曲線yは分布荷重 $q = P \frac{d^2 e_x}{dx^2}$ を受けるはりのそれに等しい。桁端の境界条件は、たとえばFig. 2の $x=0$ において $y=0$ および $\frac{d^2 y}{dx^2} = Pe_0/EI$

また、 $x=0$ の支点反力は $R = -EI \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} + P \left(\frac{de_x}{dx} \right)_{x=0}$

いま、Fig. 1のPC多主桁橋断面と、Fig. 3(a)のように、主桁および橋軸直角方向の曲げを受ける板の結合体に置換する。板の橋軸方向の剛性は、有効幅を考慮して主桁の剛性に含ませることとし、主桁nの断面力をFig. 3(b)のように曲げモーメント M_n 、ねじりモーメント T_n 、せん断力 V_n とする。

また板端の単位長さ当たりの断面力を、Fig. 3(c)のように曲げ

モーメント m_n, m'_n およびせん断力 Q_n とする。Fig. 3より、緊張力による等価分布荷重 q_n を受ける主桁nのたわみ曲線 y_n およびねじり角 θ_n の方程式が次式で与えられる。ただし、 GJ は主桁のねじり剛性。

$$\frac{d^4 y_n}{dx^4} = \frac{1}{EI} (q_n + Q_n - Q_{n-1}) \quad (2) \quad \frac{d^2 \theta_n}{dx^2} = \frac{1}{GJ} (m_n + m'_{n-1}) \quad (3)$$

Q_n, Q_{n-1} および m_n, m'_{n-1} などそれぞれ単位長さ当たりの板部材の端せん断力および端モーメントであり、 y_n, θ_n は同じく部材端のたわみと回転角であるから、周知のたわみ角式、せん断力式を用いて式(2), (3)の右辺を変形量 y_n, θ_n などで表わすことができる。ここで、差分法を用いるために主桁のスパンを間隔 λ で等分し、差分変位のたわみとねじり角をそれぞれ y_i^n, θ_i^n で表わせば、上式の左辺はそれぞれ次式で与えられる。

$$\frac{d^4 y_n}{dx^4} = \frac{1}{\lambda^4} (y_{i-2}^n - 4y_{i-1}^n + 6y_i^n - 4y_{i+1}^n + y_{i+2}^n), \quad \frac{d^2 \theta_n}{dx^2} = \frac{1}{\lambda^2} (\theta_{i-1}^n - 2\theta_i^n + \theta_{i+1}^n) \quad (4)$$

各差分変位の2個の未知量 y, θ に対して式(2), (3)の2つの方程式が立てられ、境界条件を考慮することにより

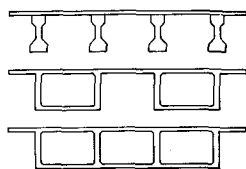


Fig. 1

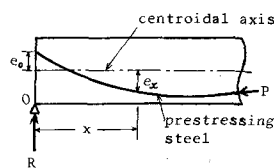


Fig. 2

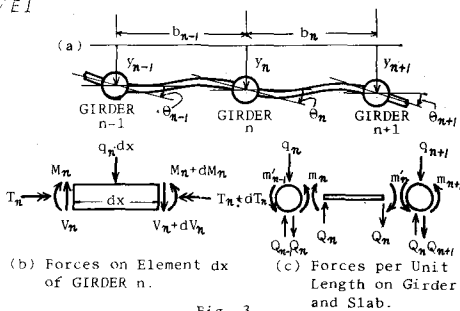


Fig. 3

本題の基礎方程式が多元連立一次方程式の形で与えられることになる。^{6,2)}

計算例 1. 差分法の精度について

PC 桁の緊張力による曲げの問題を差分法で解析する場合の精度を調べるため、厳密解が与えられる Fig. 4 の 2 つの等断面对称 3 スパン連続桁について、PC 鋼材緊張により生ずるたわみ、曲げモーメントおよび支反力を差分法で計算し、分割数 n を変えた場合の厳密解との比を Table 1, 2 に示した。ただし、PC 鋼材の曲線形はパラボラで、緊張力は一様に P とする。

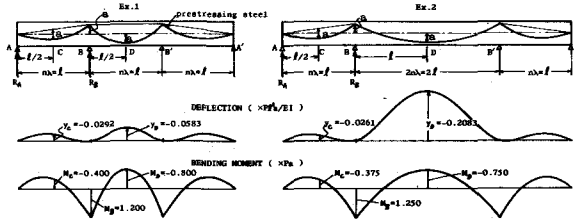


Fig. 4

計算例 2. 4 主桁単純斜橋および連続斜橋

Fig. 5 に示すスパン 30m の 4 主桁単純斜橋および連続斜橋モデル (斜角 45°, 床版厚 20cm, $GJ/EI = 0.0122$, 横桁なし) について、主桁を 8 等分して差分法を適用し、パラボラ配置の PC 鋼材を緊張するときに各桁に生ずる曲げモーメントを算定した。4 本の桁の PC 鋼材の配置曲線と緊張力 P はすべて同じとする。Table 3 は結果の一部を示したもので、本例のように主桁のねじり剛性が小さい場合は、全主桁の緊張完了時のプレストレスは単一 PC 桁としての計算結果とあまり変わらず、また斜角の影響も小さいことがわかる。

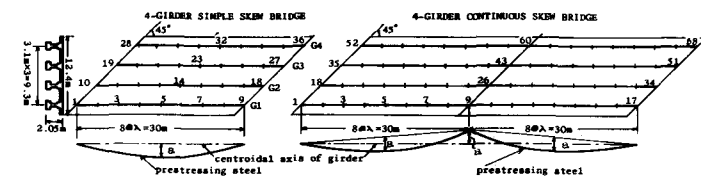


Fig. 5

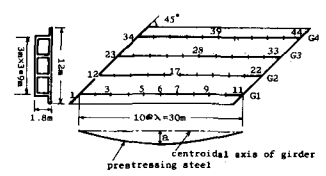


Fig. 6

計算例 3. 3 室箱桁単純斜橋

Fig. 6 に示すスパン 30m の 3 室箱桁単純斜橋モデル (斜角 45°, 床版厚 15cm, $GJ/EI = 0.555$, 端ダイアフラムあり、主桁 10 等分) について、パラボラ配置の PC 鋼材緊張力による各桁の曲げモーメントを算定し、結果の一部を Table 4 に示した。このように主桁のねじり剛性が大きい場合のプレストレスは、単一 PC 桁として計算したものよりかなり小さく、またこの場合は斜角の影響も考慮すべきと云える。

[参考文献]

- 1) 彦坂・内容: 2 変数差分法による多主桁合成斜橋の解析, 昭和 47 年度土木学会西部支部研究発表会論文集。
- 2) 彦坂・内容・長尾: 多主桁合成斜橋の力学的特性について, 土木学会第 28 回年次学術講演会概要集, 昭 48.10。

Table 1 Accuracy of F.D.M. (Ex.1)

mesh	Y_C, Y_D	M_B	M_C, M_D	R_A, R_B
$n = 4$	1.3690	0.9259	1.1111	0.5556
6	1.1646	0.9669	1.0497	0.8011
8	1.0927	0.9813	1.0280	0.8878
10	1.0594	0.9880	1.0180	0.9281
12	1.0412	0.9917	1.0125	0.9501
16	1.0232	0.9953	1.0070	0.9718
20	1.0149	0.9970	1.0045	0.9822

Table 2 Accuracy of F.D.M. (Ex.2)

mesh	Y_C	Y_D	M_B	M_C, M_D	R_A, R_B
$n = 4$	1.2977	1.1477	0.9674	1.0543	0.8372
6	1.1325	1.0658	0.9855	1.0242	0.9273
8	1.0746	1.0371	0.9918	1.0136	0.9591
10	1.0478	1.0237	0.9948	1.0088	0.9738

Table 3 Bend. Moment due to Prestress ($\times Pa$)

Point	Prestressed Girder in Simple Bridge				
	G1	G2	G3	G4	Total
5	-0.888	-0.231	0.028	0.063	-1.028
14	-0.234	-0.493	-0.283	0.030	-0.980
23	0.030	-0.283	-0.493	-0.234	-0.980
32	0.063	0.028	-0.231	-0.888	-1.028
Point	Prestressed Girder in Continuous Bridge				
	G1	G2	G3	G4	Total
9	0.912	0.136	-0.050	-0.018	0.980
26	0.137	0.634	0.233	-0.050	0.954
43	-0.050	0.233	0.634	0.137	0.954
60	-0.018	-0.050	0.136	0.912	0.980

Table 4 Bend. Moment due to Prestress ($\times Pa$)

Point	Prestressed Girder in Multi-cell Bridge				
	G1	G2	G3	G4	Total
6	-0.295	-0.190	-0.105	-0.070	-0.660
7	-0.316	-0.216	-0.127	-0.087	-0.746
17	-0.200	-0.204	-0.154	-0.109	-0.667
28	-0.109	-0.154	-0.204	-0.200	-0.667
39	-0.070	-0.105	-0.190	-0.295	-0.660