

# IV-1 混成防波堤マウンドの水理的效果について

九州大学工学部 正員 井島 武士  
 熊本大学工学部 正員 田村 幹修  
 熊本大学工学部 学生員 ○中村 美治

## 1 まえがき

混成防波堤の直立部に作用する波力や波の反射、通過等に防波堤マウンドなどのような水理的效果を及ぼしているかを理論的に解析する。

混成防波堤マウンドの斜面は、Fig. 1(a)に示すように垂直におきかえ理論的取扱いを簡単に行っているが、今回は Fig. 1(b) に示しているようなモデルについての理論的方法を示し、発表時に計算および実験結果をあわせて報告する。Model 1 については別の機会に発表する予定である。

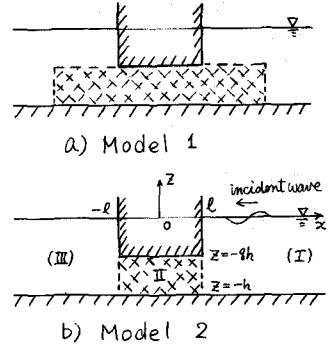


Fig.1 DEFINITION SKETCH

## 2 理論

Fig. 1(b) のように幅  $2l$  の不透過堤体が 空隙率  $V$ , 抵抗係数  $\mu$  水面からの深さ  $gh$  ( $g \leq 1$ ) のマウンドの上に在るときを考慮、流体域を図のように I, II, III と分ける。定常状態を考慮、入射波の周波数を  $\sigma$  速度ポテンシャルを  $\phi(x, y, z; t) = \phi(x, y) \cdot e^{i\sigma t}$  とし、各流体域の速度ポテンシャルを  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  とすると、それらは次のようにあらわされる。

$$\phi_1 = (A \cdot e^{ik(x-l)} + B \cdot e^{ik(x+l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-kn(x-l)} \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} \quad \text{----- (1)}$$

$$\phi_2 = \sum_{m=0}^{\infty} \left( H_m \frac{\cosh Mx}{\cosh Ml} + I_m \frac{\sinh Mx}{\sinh Ml} \right) \cos M(z+h) \quad \text{----- (2)}$$

$$\phi_3 = J e^{ik(x+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} L_n e^{kn(x+l)} \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} \quad \text{----- (3)}$$

ここで  $M = m\pi/g$  ( $m$  は整数,  $g = 1 - g$ ),  $k, k_n$  は次式で決まる固有値である。

$$\sigma h/g = kh \tanh kh = -k_n h \tanh k_n h$$

式(1)~(3)はラプラスの式  $\partial^2 \phi_i / \partial x^2 + \partial^2 \phi_i / \partial z^2 = 0$  ( $i=1,2,3$ ) と表面条件又は不透過堤体底面条件および水底条件を満たす解であるが、これらはさらに、 $x = \pm l$  で mass flux と energy flux の連続の条件から境界条件として次の関係式を満足せねばならない。

$$\begin{aligned} x=l \text{ で } & \quad \left. \begin{aligned} \partial \phi_1 / \partial x &= 0 & (0 > z > -gh) \\ \partial \phi_2 / \partial x &= \partial \phi_3 / \partial x & (-gh > z > -h) \end{aligned} \right\} \dots (4) \\ x=-l \text{ で } & \quad \left. \begin{aligned} \partial \phi_2 / \partial x &= 0 & (0 > z > -gh) \\ \partial \phi_2 / \partial x &= \partial \phi_3 / \partial x & (-gh > z > -h) \end{aligned} \right\} \dots (5) \end{aligned}$$

$$\text{ここで } \beta = (1 - iV\mu/\sigma)/V$$

条件式(4),(5)に式(1),(2),(3)を代入すると次の関係式を得る。

$$(A-B) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{k_n \cosh k_n(z+h)}{k \cosh knh} = 0 \quad (0 > z > -gh)$$

$$= -i \sum_{m=0}^{\infty} \frac{M_L}{kL} (H_m \tanh ML + I_m \coth ML) \cos M(z+h) \quad (-qh > z > -h) \quad (6)$$

$$\beta \sum_{n=0}^{\infty} (H_n + I_n) \cos M(z+h) = (A+B) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} \quad (-qh > z > -h) \quad (7)$$

$$J \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} - i \sum_{n=1}^{\infty} L_n \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} = 0 \quad (0 > z > -qh) \quad (8)$$

$$= i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{M_L}{kL} (H_n \tanh ML - I_n \coth ML) \cos M(z+h) \quad (-qh > z > -h) \quad (8)$$

$$\beta \sum_{m=0}^{\infty} (H_m - I_m) \cos M(z+h) = J \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} L_n \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} \quad (-qh > z > -h) \quad (9)$$

式(6),(7)の各項に  $\int_{-h}^0 (\quad) \cosh k(z+h) dz$ ,  $\int_{-h}^0 (\quad) \cos kn(z+h) dz$ , 式(8),(9)の各項に  $\int_{-h}^0 (\quad) \cos R(z+h) dz$  の計算を行うと,  $\cosh k(z+h)$  と  $\cos kn(z+h)$ , ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) および  $\cos M(z+h)$  と  $\cos R(z+h)$  ( $R \neq M$ ) が  $0 \leq z < -h$  で完全直交関数系であることより次の関係式を得る。

$$(A-B) = -i \sum_{m=0}^{\infty} b_{m0} (H_m \tanh ML + I_m \coth ML), \quad C_n = -\sum_{m=0}^{\infty} b_{mn} (H_m \tanh ML + I_m \coth ML) \quad (10)$$

$$J = i \sum_{m=0}^{\infty} b_{m0} (H_m \tanh ML - I_m \coth ML), \quad L_n = -\sum_{m=0}^{\infty} b_{mn} (H_m \tanh ML - I_m \coth ML) \quad (11)$$

$$\beta \sum_{m=0}^{\infty} (H_m + I_m) = a_{m0} (A+B) + \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} C_n, \quad \beta \sum_{m=0}^{\infty} (H_m - I_m) = a_{m0} J + \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} L_n \quad \varepsilon_m = 1 (m=0); = \frac{1}{2} (m \neq 0) \quad (12)$$

$$\text{ここで} \quad a_{m0} = \frac{(-1)^m}{\cosh \lambda_0} \cdot \frac{\bar{\lambda}_0 \sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0^2 + (m\pi)^2}, \quad a_{mn} = \frac{(-1)^m}{\cos \lambda_n} \cdot \frac{\bar{\lambda}_n \sinh \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n^2 - (m\pi)^2}, \quad b_{m0} = \frac{(-1)^m}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{m\pi \bar{\lambda}_0 \sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0^2 + (m\pi)^2}, \quad b_{mn} = \frac{(-1)^m}{N_n \sinh \lambda_n} \cdot \frac{m\pi \bar{\lambda}_n \sinh \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n^2 - (m\pi)^2}$$

$$\lambda_0 = kh, \quad \lambda_n = knh, \quad \bar{\lambda}_0 = \bar{q}kh = \bar{q}\lambda_0, \quad \bar{\lambda}_n = \bar{q}kh = \bar{q}\lambda_n, \quad N_0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2\lambda_n}{\sinh 2\lambda_n} \right)$$

式(10)~(12)より,  $H_m/A$ ,  $I_m/A$ を決める式として次の連立方程式を得る。

$$\beta \sum_{m=0}^{\infty} \frac{H_m}{A} - i \sum_{m=0}^{\infty} (a_{m0} b_{mr} + i \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} b_{rn}) \tanh RL \cdot \frac{H_r}{A} = a_{m0} \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (13)$$

$$\beta \sum_{m=0}^{\infty} \frac{I_m}{A} - i \sum_{m=0}^{\infty} (a_{m0} b_{mr} + i \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} b_{rn}) \coth RL \cdot \frac{I_r}{A} = a_{m0} \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (14)$$

但し  $r=0$  のとき  $b_{r0} \tanh RL = b_{r0} \tanh RL = 0$ ,  $b_{r0} \coth RL = \sinh \bar{\lambda}_0 / (N_0 \lambda_0 \sinh \lambda_0 \cdot \frac{1}{2} h)$ ,

$b_{rn} \coth RL = \sinh \bar{\lambda}_n / (N_n \lambda_n \sinh \lambda_n \cdot \frac{1}{2} h)$  となる。

上式を解いて  $H_r/A$ ,  $I_r/A$ が決まると, 式(10),(11)から

$$\frac{B}{A} = 1 + i \sum_{m=0}^{\infty} b_{m0} \left( \frac{H_r}{A} \tanh RL + \frac{I_r}{A} \coth RL \right); \quad \frac{J}{A} = i \sum_{m=0}^{\infty} b_{m0} \left( \frac{H_r}{A} \tanh RL - \frac{I_r}{A} \coth RL \right) \quad (15)$$

$$\frac{C_n}{A} = -\sum_{m=0}^{\infty} b_{mn} \left( \frac{H_r}{A} \tanh RL + \frac{I_r}{A} \coth RL \right); \quad \frac{L_n}{A} = -\sum_{m=0}^{\infty} b_{mn} \left( \frac{H_r}{A} \tanh RL - \frac{I_r}{A} \coth RL \right) \quad (16)$$

また, 入射波を  $\zeta_i = a \cos(kx + \sigma t)$  とすると  $A = i \cdot \frac{ag}{\omega} e^{ikL} = i a \cdot \frac{g}{\omega k} \cdot \coth kh \cdot e^{ikL}$  となり, これで式(1)~(3)の速度ポテンシャルの定数が全て決まることになる。このようにして, 与えられた入射波に対する速度ポテンシャルが決定すると, 水平流速  $u$ , 鉛直流速  $w$  は  $u = \frac{\partial \phi}{\partial x}$ ,  $w = \frac{\partial \phi}{\partial z}$ , 水面波形  $\zeta$  は  $\zeta(x, t) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0}$  ( $g$ は重力の加速度), 流体の圧力  $p$  は  $p/p = -\frac{\partial \phi}{\partial t} - gz$  ( $p$ : 流体密度)の名式を用いて速度ポテンシャルより決まる。

i) 反射率  $K_R$  および透過率  $K_T$

$$K_R = |B/A|, \quad K_T = |J/A|, \quad (17)$$

ii) 水平力と揚圧力

堤体前面( $x=L$ )と背面( $x=-L$ )および底面( $z=-qh$ )における流体圧力を各々  $p_1, p_2$ , および  $p_3$  とすると

$$\frac{p_i}{\rho g a} = \left[ \left( 1 + \frac{B}{A} \right) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{A} \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} \right] e^{i(kL + \sigma t)} \quad (18)$$

$$\frac{P_2}{\rho g a} = \beta \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{H_r}{A} \frac{\cosh R_n}{\cosh R_n} + \frac{I_r}{A} \frac{\sinh R_n}{\sinh R_n} \right) \cdot (-1)^n e^{i(kl + \sigma t)} \quad (19)$$

$$\frac{P_3}{\rho g a} = \left[ \frac{J}{A} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L_n}{A} \frac{\cosh k_n(z+h)}{\cosh k_n h} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \quad (20)$$

堤体に対する全水平力  $P_H$  および揚圧力  $P_V$  は

$$\frac{P_H}{\rho g a h} = \frac{1}{g} \left[ \left( 1 + \frac{B}{A} - \frac{J}{A} \right) \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n - L_n}{A} \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cosh \lambda_n} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \quad (21)$$

$$\frac{P_V}{2 \rho g a l} = \beta \left[ \frac{H_0}{A} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\tanh R_n}{R_n} \cdot \frac{H_r}{A} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \quad (22)$$

### iii) 水面液形

$$\frac{\zeta_1(x,t)}{a} = \left[ e^{ik(x-l)} + \frac{B}{A} e^{-ik(x-l)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n}{A} e^{-k_n(x-l)} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \quad (23)$$

$$\frac{\zeta_2(x,t)}{a} = \left[ \frac{J}{A} e^{ik(x+l)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L_n}{A} e^{k_n(x+l)} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \quad (24)$$

また、マウンドによるエネルギー損失率  $E_D$  は

$$E_D = 1 - K_R^2 - K_T^2$$

で得られる。

式(13),(14)の連立方程式は  $r$  および  $n$  について無限級数を含む無限の連立方程式であり、この計算の実行に当っては

$m = r+n+1$  を満たす  $m+1$  元の連立方程式となる。従って、解の収束性を調べる必要があるが、これは Table 1 の計算例で示されるように数値的に証明される。

Table 2 は  $x=-l$  での energy flux の連続条件を check したものである。

この計算に必要な諸元のうち、 $\phi$  は、

マウンドの透過堤体内部の流体抵抗は

流速に比例すると仮定した抵抗

係数であるため、マウンドの空

隙率や空隙形状、 $\phi$  は、入射波

の波形勾配等により異なり、実

験的に求めなければならない。

なお、この計算は  $V=1$ ,  $\phi=0$

の時は、半埋木角柱の場合に一

致する。

| B/A     | 0.7840E-00   | R | 0.17309E-00  | I | 0.803395 (=KR) |
|---------|--------------|---|--------------|---|----------------|
| C(1)/A  | 0.52694E-01  | R | 0.63035E-01  | I | 0.082161       |
| C(2)/A  | 0.44013E-02  | R | 0.69824E-02  | I | 0.008254       |
| C(3)/A  | -0.69272E-02 | R | -0.84349E-02 | I | 0.010915       |
| C(4)/A  | -0.11721E-02 | R | -0.22064E-02 | I | 0.007498       |
| C(5)/A  | 0.27516E-02  | R | 0.34238E-02  | I | 0.004392       |
| C(6)/A  | 0.53626E-03  | R | 0.11492E-02  | I | 0.001268       |
| C(7)/A  | -0.15011E-02 | R | -0.18935E-02 | I | 0.002417       |
| C(8)/A  | -0.30741E-03 | R | -0.72388E-03 | I | 0.000814       |
| C(9)/A  | 0.95861E-03  | R | 0.12111E-02  | I | 0.001545       |
| C(10)/A | 0.20263E-03  | R | 0.62859E-03  | I | 0.000660       |

| J/A     | 0.21535E-00  | R | -0.17424E-00 | I | 0.277007 (=KT) |
|---------|--------------|---|--------------|---|----------------|
| L(1)/A  | -0.57970E-01 | R | -0.66547E-01 | I | 0.088255       |
| L(2)/A  | 0.99955E-03  | R | -0.34440E-02 | I | 0.003586       |
| L(3)/A  | 0.54858E-02  | R | 0.75777E-02  | I | 0.009355       |
| L(4)/A  | -0.18958E-03 | R | 0.12602E-02  | I | 0.001274       |
| L(5)/A  | -0.19428E-02 | R | -0.29390E-02 | I | 0.003523       |
| L(6)/A  | 0.83242E-04  | R | -0.69253E-03 | I | 0.000698       |
| L(7)/A  | 0.98870E-03  | R | 0.15876E-02  | I | 0.001870       |
| L(8)/A  | -0.52344E-04 | R | 0.47001E-03  | I | 0.000473       |
| L(9)/A  | -0.60104E-03 | R | -0.10026E-02 | I | 0.001169       |
| L(10)/A | 0.44410E-04  | R | -0.40864E-03 | I | 0.000411       |

Table 1 B/A,  $G_n/A$ ,  $J/A$ ,  $L_n/A$  の計算例

( $h=0.5$ ,  $q=0.5$ ,  $V=0.45$ ,  $\phi=2.0$ ,  $\phi_h=0.5$ )

SOKUDO POTENTIAL

| Z/H   | $\phi_3$      | $X = -L$ | $\phi_2$             |
|-------|---------------|----------|----------------------|
| -0.50 | 0.180R-0.131I | 0.2224   | 0.182R-0.126I 0.2220 |
| -0.55 | 0.192R-0.112I | 0.2223   | 0.192R-0.113I 0.2223 |
| -0.60 | 0.209R-0.101I | 0.2245   | 0.200R-0.201I 0.2245 |
| -0.65 | 0.205R-0.095I | 0.2262   | 0.206R-0.094I 0.2262 |
| -0.70 | 0.209R-0.089I | 0.2272   | 0.209R-0.089I 0.2272 |
| -0.75 | 0.213R-0.084I | 0.2285   | 0.213R-0.083I 0.2286 |
| -0.80 | 0.216R-0.080I | 0.2298   | 0.215R-0.080I 0.2298 |
| -0.85 | 0.217R-0.077I | 0.2305   | 0.217R-0.077I 0.2305 |
| -0.90 | 0.218R-0.075I | 0.2308   | 0.218R-0.075I 0.2308 |
| -0.95 | 0.219R-0.074I | 0.2313   | 0.219R-0.074I 0.2314 |
| -1.00 | 0.220R-0.073I | 0.2317   | 0.220R-0.073I 0.2316 |

Table 2.  $x=-l$  ( $-4h > x > -h$ ) での速度ポテンシャル  $\phi_2$  と  $\phi_3$  の連続性の検定計算例 ( $h=0.5$ ,  $q=0.5$ ,  $V=0.45$ ,  $\phi=2.0$ ,  $\phi_h=0.5$ )