

九州大学工学部 正 員 篠原 謹爾
九州大学大学院 修士員 ○山本 雅史

1. まえがき

地域開発の著しい進行に伴い、水不足の問題は深刻さを増すばかりである。これに対処する方法のひとつに、水系単位の範囲を越えた、広域的な給水システムの計画が考えられる。そして、そのためには、広い地域にわたる降雨型の地域差が十分に解明される必要があり、また、各地域間において、互いに適切な関係を保って、同時にシミュレートされた降雨のデータも必要となってくる。著者らは、そのための一方法として最近注目され始めてきた多変量解析法を、九州地方の降雨に適用してみたのでここに発表する。

2. 理 論

ここで用いるのは、そのうちの主成分分析法である。主成分分析法とは、 p 個の特性値(P 変量) $X_1, X_2, \dots, X_p$ のもつ情報を、次の2つの条件を満足する m 個($m \leq p$)の総合特性値 $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ (これを、第1、第2、……、第 m 主成分とよび、各特性値に含まれる共通な内在的因子である)に要約する手法である。そして、この関係は次のように表わされる。

$$Z = WX \quad \dots\dots (1)$$

ここに、 $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_m]^T$ (2), $W = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T$ (3), $Z_k = w_k X$ (4), $\sum_{k=1}^m w_{ki}^2 = 1/\lambda_k$ ($k=1, 2, \dots, m$) (5)

ただし、 Z_k : 第 k 主成分、 $(1 \times n)$ 行列。 w_k : 第 k 標準重みベクトル、 $(1 \times p)$ 行列。 λ_k : 後出。

X : 描出した観測点間におけるデータ配列で、 $X_{ij} = (x_{ij} - \bar{x}_i)/S_i$ (x_{ij} : 観測値、 $\bar{x}_i$: 観測点 i における平均値、 S_i : 標準偏差、 j : 観測番号)なる変換を用いて標準化されている、 $(p \times n)$ 行列。

Z : $(m \times n)$ 行列。 W : $(m \times p)$ 行列。 p : 測点数。 n : 観測数。 T : 転置行列。

そして、条件とは、1). Z_k と $Z_{k'} (k \neq k'; k, k' = 1, 2, \dots, m)$ の相関はすべてゼロである。2). Z_1 の分散は、 $(X_1, X_2, \dots, X_p)$ のあらゆる1次式のもつ分散のうち最大のものであり、 Z_2 の分散は Z_1 と無相関なあらゆる1次式のなかで最大のものである。以下同様に、 Z_m の分散は $Z_1, Z_2, \dots, Z_{m-1}$ のすべてと無相関な1次式のなかで最大のものである。

データは標準化してあるから、標準相関行列 R は次式で求まる。すなわち、

$$R = XX^T/n \quad \dots\dots (6)$$

主成分分析法の計算手順としては、この標準相関行列 R について、その k 番目($k=1, 2, \dots, p$)の大きさの固有値 λ_k に対する固有ベクトルを a_k とすると、 $a_k/\sqrt{\lambda_k}$ が、第 k 標準重みベクトル w_k に該当する。これを式に表わすと、

$$(R - \lambda_k I) a_k^T = 0 \quad I: \text{単位行列} \quad \dots\dots (7)$$

となる。そして、このようにして求めた主成分は次の諸性質をもつ。

- 1). 主成分 Z_k の分散は、固有値 λ_k に等しい。
- 2). 主成分 Z_k の分散の和は X_i の分散の和に等しく定数 p になる。そして Z_k の分散の、この総分散に対する割合(これを寄与率とよぶ)は λ_k/p で与えられる。
- 3). 各主成分は互いに無相関である。
- 4). 主成分 Z_k もとの特性値 X_i との相関係数は次式で与えられる。この係数を因子負荷量という。すなわち、



Fig.1 Location map of stations

$$\Gamma(Z_k, X_i) = \sqrt{\lambda_k} a_{ki} \quad (k, i = 1, 2, \dots, p) \quad \dots (8)$$

第1主成分 Z_1 のみで全変動を代表するのに不十分である時は、 $Z_1, Z_2, \dots$ と、全変動が十分説明できる程度までとっていく。このようにして m 個($m \leq p$)の変動成分 $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ を選ぶ。

一方、式(1)に、 W の逆行列 W^{-1} を左から掛けると、

$$X = W^{-1}Z \quad \dots (9)$$

なる式が得られるから、観測記録より W^{-1} を求め、 Z に乱数を発生させ、さらに、得られた X について、標準化の逆変換を施せば、必要な長さにあたるシミュレーションができる。

3. 適用結果と考察

解析は、Fig. 1に示す15地点における毎降水量を対象に行ない、資料には1950~69年の20年分を用いた。

主成分分析を行なう前に、まず、それぞれの観測点について、平均値、変動係数の時系列的変動特性とコレログラムについて調べてみた。その代表例をFig. 2~Fig. 4に示すが、これから次のようなことがいえる。

1). 九州の降水は、一般的に、梅雨期の降水量が大であり、変動は他地域での例に比してかなり高いが、これを大別すると、従来いわれているように、

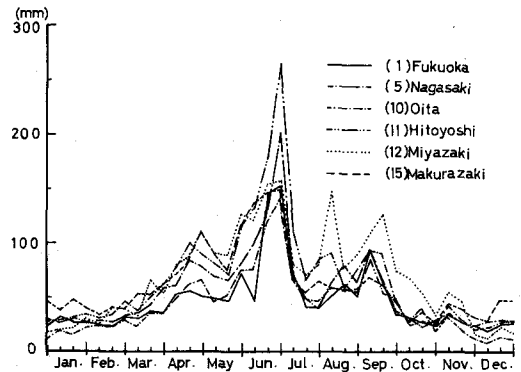


Fig. 2 Mean of "Jun" precipitation.

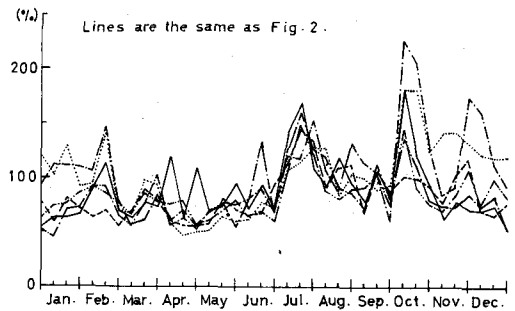


Fig. 3 Coefficient of variation of "Jun" precipitation.

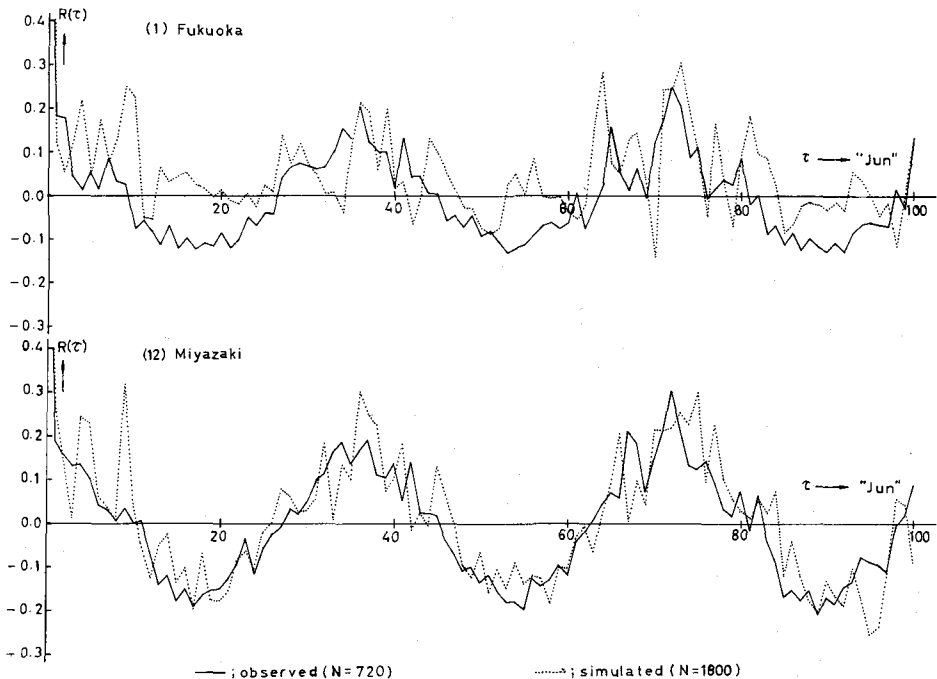


Fig. 4 Correlogram of an original time series.

降水量のピークが7月第1旬を中心に極端に大きく、7月と10月頃に変動の大きい九州型、全体的に量が少なく変動の激しい瀬戸内型(大分)、梅雨期のピークの極端さが薄れ、4月～9月にかけて降水量の多い南近型(宮崎、都城)に分けられる。

- 2). コレログラムは、36旬の倍数のずれごとに最大値に近づく傾向があり、降水量の年周期性を示している。

次に、主成分分析を行なった結果を示す。まず、Fig. 5に、第4主成分までの寄与率を表わす。そして、Fig. 6は、各主成分に大略の意味づけを行なうために、それぞれの主成分と観測点との相関を示す因子負荷量を北から順に図示した例である。これらの図から次のようなことがわかる。

- 3). どの旬においても、第3主成分までで全変動の80～90%を占めわす。
- 4). 第1主成分は全変動に対し50～80%の寄与率をもち、各観測点との相関も平均して高いことから、低気圧や前線に伴って降る全域的な降水に対応するものと考えられる。
- 5). 第2主成分の寄与率は5～25%で、南北の変化に伴って形が変わることから、大規模な気象擾乱に伴う風などの影響を示すとみられる。
- 6). 第3主成分は、ある地域に特有な成分ということがいえるが、寄与率は2～10%で大きくない。

- 7). 季節的に見ると、第1主成分の寄与率は全旬を通して50%を越える。このことは、気象学的スケールで見た場合の九州が広いとはいえないということを示している。第2主成分の影響は、一般に冬期より夏期の方が大きい。

因子負荷量を、2次元系あるいは3次元系に図示すると、降水の地域的な差異の評価が容易にできる。ここでは、第3主成分の影響が小さいことから、第1、第2主成分を2次元系に表示した。その例をFig. 7に示す。これによって、たとえば、1月第1旬では、15観測点が、(1,2,3,6,8),(4),(5),(7,9,11,14,15),(10),(12,13)の6群、あるいは、(1,2,3,4,6,8),(5,7,9,11,14,15),(10,12,13)の3群に分けられる。

シミュレーションは、50平方分について行なったが、15の主成分の歪みを考慮に入れるために、乱数には次式で得られるガンマ分布をなす乱数を用いた。すなわち、

$$E_{kj} = 2(1 + r_k t_{kj} / 6 - r_k^2 / 36)^3 / r_k - 2 / r_k \quad (k = 1, 2, \dots, 15; j = 1, 2, \dots, 50) \quad \dots (10)$$

ただし、 r_k : 式(4)の第k主成分における歪度係数。 t_{kj} : 平均0、分散1の正規乱数。

E_{kj} : 平均0、分散1、歪度 r_k のガンマ分布をなす乱数。

結果は、平均値、変動係数、コレログラムについて、その一例をFig. 8, Fig. 9, Fig. 4に示す。

なお、計算はすべて、九大大型電算センター内のFACOM 230-60によって行ない、固有値、固有ベクトルは

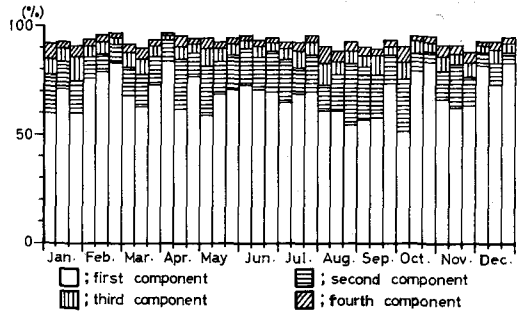


Fig. 5 Contribution of each component to total variance.

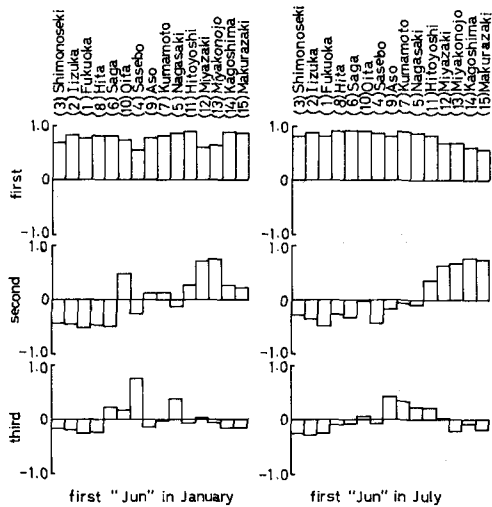


Fig. 6 Factor loadings of the first, second, and third component.

科学用サブルーチン・ライブラリー (SSL) のヤコビ法を用いて求めた。

4. むすび

以上の結果から、この方法は、降水要素の季節変動の評価や降水型の地域分化などに対して注目すべきものという評価ができ、またシミュレーションの手段としても有効という判断が下せる。しかし、資料の変動が激しい場合には、シミュレーションの精度は一般に低くなり、それがコレログラムの精度の悪さにもつながっている。またそれは、標準化の逆変換の際に、時としてマイナスのデータを発生させる原因ともなる。この傾向は、当然資料年数の短い場合に生じ易い。従って、確率的な見方をも加えた、資料年数と精度の研究が必要となってくる。また、マイナスのデータをいかに評価し処理するかも問題として残されている。

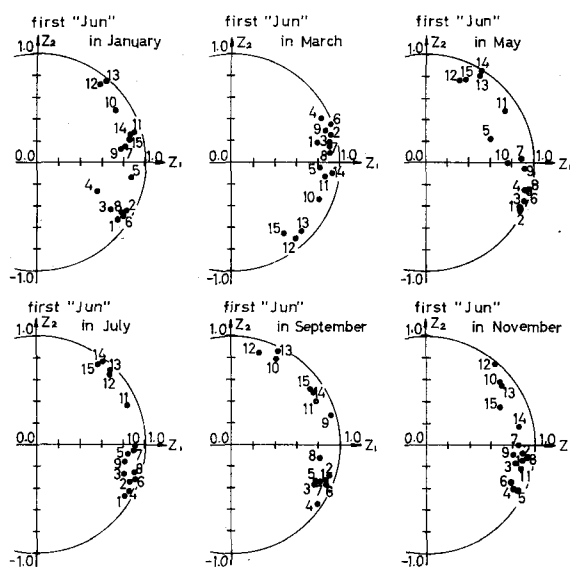


Fig. 7 Distribution of the first and second factor loadings

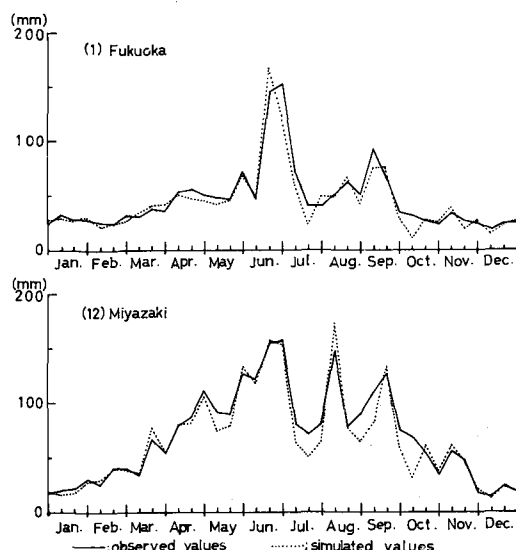


Fig. 8 Mean

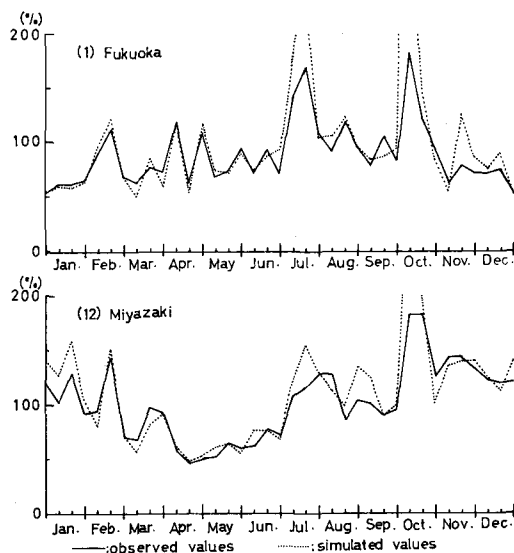


Fig. 9 Coefficient of variation

参考文献

- 1). 無野忠一, 久米 均, 茅賀敏郎, 吉澤 正: 多変量解析法, 日科技連, 1971.
- 2). 室田 明, 江藤剛治, 角湯正剛: 広域的な月水文量の解析とそのシミュレーション, 土木学会論文報告集 第203号, 1972年7月.
- 3). 星 清: 多変量統計モデルによる降雨量の解析とシミュレーションに関する研究, 土木学会論文報告集 第213号, 1973年5月.