

九州大学 正員 太田俊昭

〃 学生員 藤岡健三

1. はじめ

近年、優れた構造用材の開発と、溶接技術の進歩に依り薄肉多室断面形式の部材が、構造物の主要強度部材として、橋梁の主桁や主塔に、数多く使用される様になって来た。従来その理論は、主にセン断流理論、特に曲げ部材が存在する時には、セン断場理論等に基づいて行なわれて^{4) 5) 6)}いるが、いずれも適用範囲は弾性域に止ま^{2) 3)}っており、この種部材の弾塑性変形を^{2) 3)}解明しう一般理論は、有限要素法に依る解析を除いては、いまだ確立されて^{2) 3)}いない様である。

さて、有限要素法は、特に複雑な境界条件を有する板状構造物に対して、有効な数値解析法であり、薄肉多室断面桁の弾塑性解析にも、それなりに有用であると考えられる。しかしながら、多くの補剛材と水平、垂直板が構成されるこの種部材を解くには、多大の要素に分割する必要があり、解式誘導の労力と、解を得る為の演算時間が共に膨大となり、実用上著しい難があると言える。

これに対して本論で提唱する理論は、従来の弾性曲げ捩りセン断流理論を³⁾型性域にまで一般化したものであり、とりわけ応力と変形に関する基礎式が既往の弾性式と、同形式で導かれてゐる為、構造解析は、弾性のそれに準じ得るものになり、簡易性と実用性とが、そのまゝ生ざれていると言えよう。なお所要条件としては、一般に曲げ、捩り、およびそれらの組み合わせが考えられるが、ここでは、オ一段として曲げ捩りについて報告する。

2. 基礎理論

捩りモーメント T 、捩り率 θ とすると、捩りによるセン断応力の増分^{2) 3)}は、一般に次式で与えられる

$$\tau = G\dot{\gamma} - 2G\dot{\theta}\lambda \quad \text{----- (1)}$$

また、捩りに依る断面の反りの増分を $\dot{w}$ とし、曲げ捩り応力増分を $\dot{\sigma}_w$ とすると

$$\dot{\sigma}_w = E\dot{\epsilon}_w - \frac{2}{3}\dot{\sigma}_w E\lambda \quad \text{----- (2)}$$

ただし、 E 、 G はヤング率、及びセン断弾性係数であり、 λ は正の定数である。

断面に生じるセン断流 $g = \tau \cdot t$ (t : 厚さ) で表わせば、

$$g = g^* - \int_0^u \frac{d\dot{\sigma}_w}{dZ} t \cdot du \quad \text{----- (3)}$$

右辺オ一式 g^* は、いわゆる不静定セン断流理論により求められる。

すなわち、閉断面 i に於いて ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$d_i g_i^* - \sum b_{ij} g_j^* = \oint \frac{d\dot{\sigma}_w}{dZ} \cdot t \cdot du + 2G\dot{\theta} A_i - 2 \oint g_i^* \lambda \frac{du}{t} + 2 \sum g_j^* \int_0^u G \lambda \frac{du}{t} \quad \text{----- (4)}$$

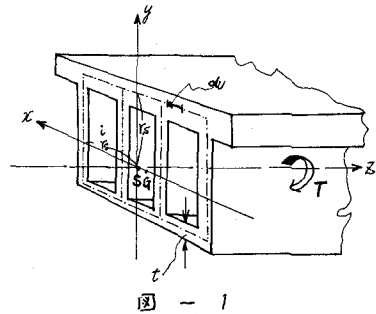
一方、 $\dot{w}$ および $\dot{\sigma}_w$ は、^{4) 5)}Warping theory より

$$\left. \begin{aligned} \dot{w} &= \dot{\theta} W_0 + \dot{w}_0 \\ W_0 &= \int_0^u \frac{K_s}{t} du - \int_0^u r_s du \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (5)}$$

ただし K_s ; 捩りセン断流、 r_s ; セン断中心より断面の接線に下した垂線の長さ (図-1参照)

この時、反りにより、垂直曲げ歪 $\dot{\epsilon}_w$ は

$$\dot{\epsilon}_w = \frac{d\dot{w}}{dZ} = \frac{d\dot{\theta}}{dZ} W_0 + \frac{dW_0}{dZ} \quad \text{----- (6)}$$



上式の $\frac{d\bar{w}}{dz}$ は $\int_A \bar{\sigma}_w dA = 0$ の条件より次式で求められる。

$$\frac{d\bar{w}}{dz} = \frac{2}{3A_0} \int_A \bar{\sigma}_w \lambda dA \quad \text{----- (7)}$$

よって式(2), (3)から, $\bar{\sigma}_w$ は次の様に求められる。

$$\left[\begin{array}{l} \bar{\sigma}_w = E \cdot W_0 \cdot \frac{d\theta}{dz} + \bar{\sigma}_{wp} \\ W_0 = W_0' - \frac{1}{A_0} \int_A W_0 dA \end{array} \right] \quad \text{----- (8)}$$

したがって, $\bar{\sigma}_{wp} = \frac{2E}{3A_0} \int_A \bar{\sigma}_w \lambda dA - \frac{2}{3} \bar{\sigma}_w \cdot E \lambda$ で示される。

式(4), (8)より

$$a_{ij}^* - \sum b_{ij}^* \bar{\sigma}_{ij}^* = E \frac{d^2 \theta}{dz^2} \int_0^U W_0 \cdot t \cdot dU/t + 2G\theta A_i + \int_0^U \frac{d\bar{\sigma}_{wp}}{dz} \cdot t \cdot dU - 2 \int_0^U \bar{\sigma}_w G \lambda \frac{dU}{t} + 2 \sum \bar{\sigma}_{ij}^* \int_0^U G \lambda \frac{dU}{t} \quad \text{----- (9)}$$

したがって, $a_i = \int_0^U \frac{dU}{t}$, $b_{ij} = \int_0^U \frac{dU}{t}$, なる断面形状定数である。また $A_0 = \sum \int_0^U dU$ 。

さて, 接りモーメントは一般に

$$\dot{T} = \sum \int_0^U \bar{\sigma}_i \cdot \bar{\sigma}_s \cdot dU \quad \text{----- (10)}$$

式(9), (10), (3)より $GJ = 2G \sum K_s A_i$, $E C_w = E \int W_0^2 t \cdot dU$ となり, 次式を得る。

$$\dot{T} = G \cdot J \cdot \dot{\theta} - E \cdot C_w \frac{d^2 \theta}{dz^2} + \dot{T}_p \quad \text{----- (11)}$$

したがって, $\dot{T}_p$; 塑性接りモーメント増分, GJ ; 弾性接り剛性, $E C_w$; 弾性曲げ接り剛性, A_i ; 田断面の断面積。

3 結び

式(11)の右辺オー, オニ項は, いずれも, St. Venant の弾性接りモーメント及び曲げ接りモーメントと示しており, 構造解析に極めて適した形の接りの基礎式が求められたことになる。

なお, 曲げと接りの組み合わせ負荷については, 文献(3)の方法を併用すれば, 容易に同一形式の基礎式が求められることを確認している事を付言する。本研究に, 当り吉村虎蔵九次教授に多大の御助言を賜わった事と, 心より感謝致します。

参考文献

- (1) 成瀬泰雄 鋼管構造 森北出版 (P.14~20)
- (2) 山田喜昭 塑性力学 日刊工業新聞社 (P.66~77)
- (3) 太田, 中沢 曲げおよび接りを受ける鋼管の弾塑性解析 (第一報)
九州大学工学部集報, 第46巻, 4号, 昭和48年8月 (P.502~509)
- (4) 小松定夫 薄肉構造物の理論と計算 I 山海堂 (P.108~264)
- (5) 安定, 古川, 小西 橋梁力学 森北出版 (P.215~240)
- (6) 林毅 軽構造の理論とその応用(上) 日本科学技術連盟 (P.67~114)
- (7) V. V. ユラソフ 薄肉弾性ばりの理論 技報堂