

九大. 工. 正員. 木田 俊昭

〃 〃 〃 〇今井 富士夫

宮大. 〃 〃 中沢 隆雄

1. まえがき 本論文は、薄肉鋼管を対象にして、ひずみ増分理論^{1), 2), 3)}に断面分割法を併用した一般解析理論を提案したもので、曲げ、捩り、軸力等の組み合わせ負荷を受ける薄肉鋼管部材の力学的諸特性の解明を試みたものである。すなわち、本理論骨子は、曲げ垂直応力に対しては、断面力の平衡条件より、構造解析に適した形の曲率算定式を誘導し、一方、捩りのせん断応力に対しては、せん断法理論⁴⁾を拡張応用して、曲げによって生じる2次せん断効果も一般的に考慮しうる捩り率算定公式を求めたものである。

2. 基礎理論 図-1に示すようにX軸まわりに曲げモーメントMを、Z軸まわりに捩りモーメントTを、ともに材軸方向に軸力Nを受ける薄肉鋼管を想定する。

断面に生じるZ軸方向の垂直応力成分を σ 、垂直ひずみ成分を ϵ とすれば、 ϵ の増分 $\dot{\epsilon}$ は、

$$\dot{\epsilon} = E\dot{\epsilon} - \frac{1}{2}\alpha E\dot{\epsilon} \quad (E: \text{ヤング率}, \alpha; \text{正の定数}) \quad \text{-----}(1)$$

また、 $\dot{\epsilon}$ は、円の上、下縁の垂直ひずみ増分を $\dot{\epsilon}_u$, $\dot{\epsilon}_l$ とすれば、図-1より

$$\dot{\epsilon} = (\frac{1}{2} - \bar{y})\dot{\epsilon}_l + (\frac{1}{2} + \bar{y})\dot{\epsilon}_u \quad (\because \bar{y} = y/2a) \quad \text{-----}(2)$$

式(1), (2)を断面における軸力と、曲げモーメント式に、代入し両辺を無次元化して整理すれば、

$$\dot{N} = 2(1+\nu) \{ a_1 \dot{\epsilon}_u + a_2 \dot{\epsilon}_l + \pi a_p \} \quad \text{-----}(3)$$

$$\dot{M} = -2(1+\nu) \{ b_1 \dot{\epsilon}_u + b_2 \dot{\epsilon}_l + \pi b_p \} \quad \text{-----}(4)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} a_1 &= \int_a (\frac{1}{2} - \bar{y}) d\bar{A} = \pi, a_2 = \int_a (\frac{1}{2} + \bar{y}) d\bar{A} = \pi, a_p = -\frac{2}{3\pi} \int_a \bar{y} \bar{x} d\bar{A} \\ b_1 &= 2 \int_a (\frac{1}{2} - \bar{y}) \bar{y} d\bar{A} = -\frac{\pi}{2}, b_2 = 2 \int_a (\frac{1}{2} + \bar{y}) \bar{y} d\bar{A} = \frac{\pi}{2}, b_p = -\frac{4}{3\pi} \int_a \bar{y} \bar{x} \bar{y} d\bar{A} \end{aligned} \right\} \quad \text{-----}(5)$$

ν : ポアソン比, a : 半径, $k = \sigma_s/\sigma_s$, σ_s : 降伏応力, $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon} \cdot G/k$, $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon} \cdot G$, $\bar{r} = r/k$, $d\bar{A} = dA/at$
 $\dot{N} = \dot{N}/k\sigma_s t$, $\dot{M} = \dot{M}/k\sigma_s t$

式(3), (4)に式(5)を用いれば、

$$\dot{N} = 2\pi(1+\nu) \{ \dot{\epsilon}_u + \dot{\epsilon}_l + a_p \}, \quad \dot{M} = -2\pi(1+\nu) \{ -\dot{\epsilon}_l/2 + \dot{\epsilon}_u/2 + b_p \} \quad \text{-----}(6)$$

一方、図心点のひずみ増分 $\dot{\epsilon}_c$ と、曲率増分 $\dot{\kappa}$ は、それぞれ次の式で与えられる。

$$\dot{\epsilon}_c = (\dot{\epsilon}_u + \dot{\epsilon}_l)/2, \quad \dot{\kappa} = (\dot{\epsilon}_u - \dot{\epsilon}_l)/2 \quad (\because \dot{\kappa} = G\alpha\dot{\phi}/k) \quad \text{-----}(7)$$

式(7)に、式(6)を代入すれば、

$$\dot{\epsilon}_c = \dot{N}/[4\pi(1+\nu)] - a_p/2, \quad \dot{\kappa} = \dot{M}/[2\pi(1+\nu)] + b_p \quad \text{-----}(8)$$

次に断面に沿って生じるせん断応力を τ とすれば、 τ の増分 $\dot{\tau}$ は

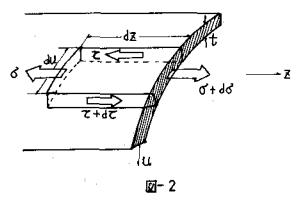
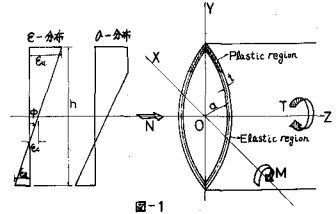
$$\dot{\tau} = G\dot{\gamma} - 2\tau G\dot{\lambda} \quad \text{-----}(9)$$

式(9)の $\dot{\tau}$ と、式(1)の $\dot{\epsilon}$ は、降伏時において、Misesの降伏条件

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_s^2 \text{ が成り立つものと考えれば、正の定数} \dot{\lambda} = \{ E\alpha\dot{\epsilon} + 3G\tau\dot{\gamma} \} / \{ 2E\sigma_s^2/3 + 6G\tau^2 \} \text{ となる。}$$

さて、薄肉断面の仮定より、せん断応力 τ の分布が断面の幅に沿って一様とすると、断面の微小要素 $d\bar{x} \times d\bar{u} \times t$ ($d\bar{u}$: 断面に沿う微小長さ)に着目したうえで、図-2より増分形式のつりあい式に、 $q = \tau t$ なるせん断流の概念を導入すれば次式を与える。

$$\dot{q} = - \int_{-u}^u \frac{d\dot{q}}{d\bar{x}} d\bar{x} + \dot{q}^* \quad (\dot{q}^*: \text{不静定せん断流}) \quad \text{-----}(10)$$



ここに、式(10)の不特定せん断流 $\bar{\sigma}$ は、次の変形の適合条件より求められる。

$$2A\bar{\sigma} = \oint \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\sigma}^*} \cdot dU \quad \text{-----}(11)$$

式(11)に式(10)を代入し、両辺を $\bar{\sigma}$ で無次元化すれば

$$\bar{\sigma}^* = \bar{\omega} + \oint \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\sigma}^*} dU/a - \oint \bar{\sigma} \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\sigma}^*} dU/a \quad (\because \bar{\omega} = G\theta a/k, \bar{\sigma} = \sigma/tk, \bar{\sigma}^* = 2\pi a d\bar{\sigma}/dz) \quad \text{---}(12)$$

一方、薄肉鋼管断面部材に作用する捩りモーメント T は、 $T = \oint \bar{\sigma} r \bar{\sigma} dU$ で与えられるゆえ、式(10)と式(12)より、結局次の一般式で与えられる。

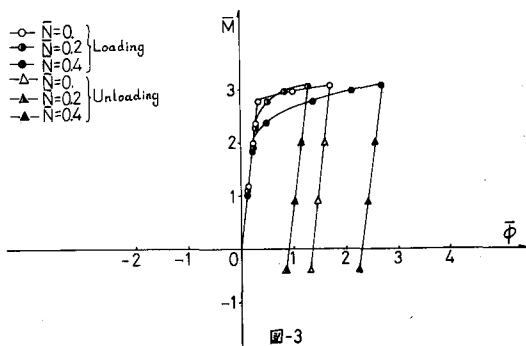
$$\bar{\tau} = 2\pi \bar{\omega} + \oint (\bar{\sigma}^* - \bar{\sigma}) dU/a \quad (\bar{\sigma}^* = \frac{1}{2\pi} \oint \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\sigma}^*} dU/a - \oint \bar{\sigma} \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\sigma}^*} dU/a) \quad \text{-----}(13)$$

特に、 $d\bar{\sigma}/dz = 0$ の場合は、 $\bar{\sigma}^* = 0$ となるゆえ

$$\bar{\tau} = \bar{\sigma} + \bar{\omega}, \quad \bar{\tau} = 2\pi \bar{\omega} + \oint (\bar{\tau} - \bar{\omega}) dU/a = 2\pi \bar{\tau} \quad \text{-----}(14)$$

3. 計算例なるとに、考察 曲げモーメントと捩りモーメントの比 N 、一定の割合で負荷なるとに除荷されかつ一定引張軸力 $N=0, 0.2N_Y, 0.4N_Y$ を受ける3通りの場合について、 M/M_Y — ϕ/ϕ_Y 曲線と求め、軸力の影響を検討した。 $(N_Y = 2\pi \sigma_Y a t)$

その結果、図-3をえ、これより、捩りモーメントが無い場合の M — ϕ 特性と同様に、軸力の増大により、弾性限界は漸次低下するが、塑性変形量については上述の軸力との相関関係一概には云えず、例えば、軸力が無い場合は、 $N=0.2$ の場合に比べて、大きな塑性曲率を生じるなど、微妙に変化することが判明した。なお、本例では、曲げモーメント



は、一樣であり、したが、 $d\bar{\sigma}/dz = 0$ となるゆえ曲げせん断流の影響は零となるが、一般には、曲げモーメントは、材軸方向に変化するゆえ、曲げせん断流の影響が無視できない例もあることを附記する。

4. 結果 本研究によって、任意の曲げモーメント、捩りモーメントおよび軸力を同時に受ける薄肉鋼管に対する曲げモーメント—曲率と捩りモーメント—捩り率の関係が、みずみ増分形式で一般的に誘導した。

本理論の特色は、任意の変数組み合わせ負荷を対象とする一般式であるため、これ主動的弾塑性応答問題、不安定問題等にも広く活用しうることを、さらにはせん断応力決定にせん断流理論を用いているゆえ、曲げせん断応力の効果を併せ推定できることなどが挙げられる

(参考文献)

- (1) 山田壽昭：塑性力学，日刊工業新聞社，(p.66—77)
- (2) 太田・中沢：曲げおよび捩りを受ける鋼管の弾塑性解析(才1報)，九大工学集報，第46巻，第4号，昭和48年8月，(p.502—509)
- (3) R. Hill and M.P.L. Siebel : On Combined Bending and Twisting of Thin Tubes in the Plastic Range, Philosophical Magazine, vol. XLII, No. 330, Jul. 1951, (p.722—733)
- (4) 小松定夫：薄肉構造物の理論と計算I，山海堂，(p.108—264)