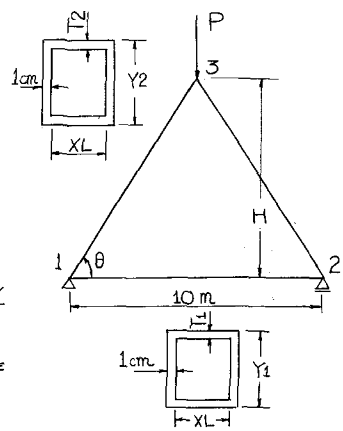
II－9　トラスの最適設計（ＳＬＰ法とＳＵＭＴ法による比較・検討）

長崎大学工学部　正　員　小西保則
学生員　永松俊明
学生員　○折口俊雄

1．まえがき

構造物の最適設計について，従来構成要素の解析に基づき，技術者の経験とカンによって与えられた設計条件に合致し，しかも材料費・架設費などを含めた費用が最も安くなるような設計を決めてきたが，ここ１０年ぐらいの間における電子計算機の発達は，当然のことながら構造物の分野でも応用され，一般に不等式で表わされる設計条件，構造解析の方程式をＯＲの手法を適用することによって構造物の最適設計を可能にする努力が続けられている。そこで三角形トラスの最適設計をＳＬＰ法とＳＵＭＴ法によって試みたものを比較・検討とともに報告するものである。

2．三角形トラスの設計



(I)　設計条件　　格間長　10.0 m，　荷重　200.0 ton，
側板厚　1.0 cm，　使用鋼材　SS41

(II)　設計変数　　部材断面横幅　XL cm，　高さ　H cm，
部材断面縦幅引張　Y_1 cm，　部材断面縦幅圧縮　Y_2 cm，
引張板厚　T_1 cm，　圧縮板厚　T_2 cm

骨組の三角形は二等辺三角形とし，水平材の長さ $L_1=10.0$ m，断面積 A_1，斜材の長さ L_2，断面積 A_2 とし，体積は水平材では V_1 とし，斜材では V_2 とする。また水平材と斜材のなす角を θ とする。

トラスの応力解析は，マトリックス構造解析法の剛性法を用いて次の順序に従って作成した。

ｉ　右上図のトラスの構造物全体の剛性マトリックス $\mathbb{K}$ を算定

ii　未知支点反力を含む行と零値の節点変位に関する列を除去し $\mathbb{K}^{-1}$ を算定

iii　節点変位　$\mathbb{u}=\mathbb{K}^{-1}\mathbb{P}$ の算定　（$\mathbb{P}$：荷重マトリックス）

iv　変形量　$\delta=\mathbb{D}\cdot\mathbb{u}$ の算定　（$\mathbb{D}$：係数マトリックス）

v　部材力　$\mathbb{S}=\mathbb{K}_0\mathbb{D}\mathbb{K}^{-1}\mathbb{P}=\mathbb{K}_0\delta$ の算定　（K_i：部材要素の剛性マトリックス）

ただし
$$\mathbb{K}_0=\begin{bmatrix} K_1 & & 0 \\ & K_2 & \\ 0 & & \ddots\; K_n \end{bmatrix}$$

上の結果と設計示方書により制約条件と目的関数を決定した。

制約条件

応力制限

$$g_1=1400-\frac{25000000}{H(Y_1+T_1\cdot XL)}\geq 0,\quad g_2=1300-\frac{144(H^2+250000)(Y_2+T_2\cdot XL)}{(XL+2)Y_2^3-XL\cdot(Y_2-2T_2)^3}-\frac{50000\sqrt{H^2+250000}}{H(Y_2+T_2\cdot XL)}\geq 0$$

ただし $L_2/r_2>110$ の時は
$$g_2'=\frac{300000\{(XL+2)Y_2^3-XL(Y_2-2T_2)^3\}}{(H^2+250000)(Y_2+T_2\cdot XL)}-\frac{50000\sqrt{H^2+250000}}{H(Y_2+T_2\cdot XL)}\geq 0$$

細長比制限

$$g_3=120-L_2/r_2=120-\frac{\sqrt{24(H^2+250000)(Y_2+T_2\cdot XL)}}{\sqrt{(XL+2)Y_2^3-XL(Y_2-2T_2)^3}}\geq 0,\quad g_4=200-L_1/r_1=200-\frac{1000\sqrt{24(Y_1+T_1\cdot XL)}}{\sqrt{Y_1^3(XL+2)-XL(Y_1-2T_1)^3}}\geq 0$$

板厚制限

$g_5=40-XL\geq 0$　　$g_6=40T_1-Y_1\geq 0$　　$g_7=40T_2-Y_2\geq 0$　　$g_8=T_1-0.8\geq 0$

$g_9=T_2-0.8\geq 0$　　$g_{10}=T_1-1.0\leq 0$　　$g_{11}=T_2-2.2\leq 0$　　$g_{12}=XL-17\geq 0$

$g_{13}=H-650\leq 0$　　$g_{14}=H-350\geq 0$　　$g_{15}=Y_1-14\geq 0$　　$g_{16}=Y_2-20\geq 0$

目的関数

$$Z = 2000(Y_1 + T_1 \cdot XL) + 2\sqrt{H^2 + 250000}\,(Y_2 + T_2 \cdot XL) \longrightarrow min$$

3. 最適設計方法と結果・考察

i)反復線形計画法（*Sequence of Linear Programming Method*）

この方法は簡単に説明すると制約条件および目的関数をある近似解の近傍で線形近似し，線形計画法を繰り返し適用していく方法である。この方法を用いると下記のような結果が得られた。

前に記述した制約条件をプログラミングして得られた結果を第1結果とし，制約条件の板厚制限で変数，XL，Y_1，T_1の下限値，上限値を　$XL-8.0 \geqq 0$，$Y_1-6.0 \geqq 0$，　$T_1-2.0 \geqq 0$　と極端に変えてみた結果を第2結果とする。

結果＼変数 cm	XL	Y_1	T_1	H	Y_2	T_2	目的関数(Z) cm^3
第1結果	17.0	14.0	0.8	647.0	40.0	1.0	148566
第2結果	8.0	19.5	1.0	650.0	46.6	1.16	146563

初期値は第1・第2結果とともに　$XL=29.0$，$Y_1=18.0$，$T_1=0.8$，$H=460.0$，$Y_2=30.0$，$T_2=1.3$ とした。第1結果は4回で収束し，第2結果は7回で収束した。第2結果でXL，Y_1の下限値を極端に下げた理由は第1結果の収束状態をみると下限値を全く動かなかったので思いきって下げてみた。その結果Y_1は変化しながら収束したがXLは変化しなかった。これは設計条件の際に決定した荷重が軽すぎたため板厚が余るからXLの値が変化しないのではないかと考えられる。最終的な結果としては目的関数が小さい第2結果を採用するべきだが，部材断面横幅(XL)が狭すぎ，施工上の点を考慮すると目的関数が少し増すが第1結果の方が最適ではないかとの結論に達した。

ii)無制約最小化反復法（*Sequence of Unconstrained Minimization Technique*）

この方法は非線形計画の1つで極値問題を，r_k（罰金係数）をパラメーターとして制約条件を持たない罰金関数（*Penalty Function*）と呼ばれる新しい関数に変換して，常に許容領域内で近似度を高めていき全体的最適解を見つけようとするものである。

なお，結果の考察・SLP法との比較については当日行なう予定であります。

4. SLP法とSUMT法について

SLP法----1)制約条件および目的関数が特別な形をしていないと正しく収束しない，例えば凸領域でない時は最適解を含む領域で切断される。　2)初期値の与え方によっては線形化した制約条件式がたがいに矛盾することもある。　3)最適解が実行可能領域の境界の頂点になく，境界辺上にある時には特別なくふうを必要とする。4)非線形のものは，Taylor 展開により線形化する。

SUMT法----1)数学的モデルが線形であっても非線形であっても利用できる。　2)全体的最適解を得られる可能性が大である。　3)常に実行可能な領域内で最適解に近づけることができる。　4)罰金項の係数r_kの選び方・初期値の選び方により収束状態が大きく左右される。

計算は長崎大学計算機FACOM 270-30 を使用した。

参考文献

1) 長　　尚：構造物の最適設計

2) 樗木　武：マトリックス構造解析法

3) H・Cマーチン：マトリックス法による構造力学の解法

4) 山田嘉昭：マトリックス法の応用

5) 日本鋼構造協会　技術委員会：骨組構造物の最適設計