II－7　鋼桁の最小重量設計に関する一試案

九州工業大学　正　員　山本　宏
学生員○武富　稔

1.まえがき

橋梁の最適設計に対して種々の数理計画法の手法が適用されてきたが、ここでは計算手順が比較的簡単な反復線形計画法（ＳＬＰ法）を用いて、I-型断面を有する鋼桁の最小重量設計を試みてみた。ＳＬＰ法は非線形な制約条件式及び目的関数をある初期値の近傍でTaylor展開し、２次以上の項を省略して線形計画法の問題とし、これにSimplex法を適用して解を求め、ここで得られた解を次の近似解として前の操作をくり返し、解が収束するまでこれをくり返すことによって最適解を見つける方法である。したがって、制約条件式及び目的関数が設計変数の高次な関数で表現される場合には、初期値として適切な値を選ばないと線形化による誤差が大きくなり、収束までのくり返し回数が増大する。そこで、鋼桁の断面決定について、手法の適否及び初期値の与え方について考察してみる。ここでは、桁高は定数として取り扱い、最適桁高は、桁高と桁断面積との関係を曲線に近似することにより求める。また実際には板厚に整数条件が付くので枝払い法をＳＬＰ法と併用して整数解を求める。

2.設計モデル

設計モデルとして溶接非合成単純桁橋を取り上げ、その最小重量設計を行ない、従来の方法による設計と比較した。設計は許容応力を用いた弾性設計法による。設計変数には断面寸法を選ぶ。制約条件として「鋼道路橋設計示方書」及び「溶接鋼道路橋示方書」にしたがい、応力，部材最小厚，腹板最小厚，フランジ最大幅に制限を設ける。ただし、非合成単純鋼桁の場合には曲げ応力度を満足する断面では，せん断応力度は一般に許容応力度以下であるから制約条件式には加えない。また、たわみについても充分制限内にあり断面決定には大きな影響を及ばさないと考えられるので，断面を決定した後検討することとし、制約条件式には加えないこととする。目的関数は鋼桁断面積とする。

a)制約条件式　$g_i(x_j)$

g_1: $\sigma_c = M\, y_c / I_N \leq \sigma_{ca}$

（圧縮フランジは直接鉄筋コンクリート床版で固定されているものとする。）

g_2: $\sigma_t = M\, y_t / I_N \leq \sigma_{ta}$

g_3: $x_1 - x_5 \leq 24\, x_2$

g_4: $x_3 - x_5 \leq 30\, x_4$

g_5: $x_5 \geq \max(h/\alpha,\ 0.8)$

g_6: $x_2 \geq 0.8$

g_7: $x_4 \geq 0.8$

ただし

x_j: 設計変数 (cm)

A: 桁断面積 (cm²)

$= x_1 x_2 + x_3 x_4 + h x_5$

I_G: G-G軸に関する断面二次モーメント (cm⁴)

$= \frac{1}{4} x_1 x_2 (x_2 + h)^2 + \frac{1}{4} x_3 x_4 (x_4 + h)^2 + \frac{1}{12} h^3 x_5$

I_N: N-N軸に関する断面二次モーメント (cm⁴)

$= I_G - e^2 A$

α: 腹板の座屈により決まる係数

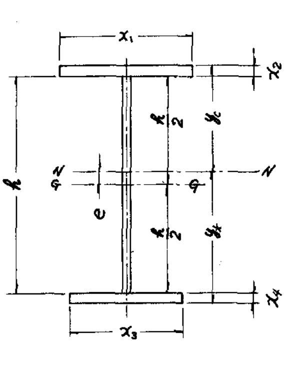
（鋼示93条，溶示36条）

SS41 → 160，SM50 → 136

b)目的関数　$f(x_j)$

$f(x_j) = x_1 x_2 + x_3 x_4 + h x_5 \longrightarrow \min$

図 1



G－G：腹板の中立軸

N－N：図心軸

3.計算結果

(i) 整数条件が付かない場合

スパン25m，曲げモーメント297.6t·m，材質SS41で桁高を150cm, 160cm, 170cmの3通りを考え、制約条件を満足す

る3通りの初期値（上下対称，フランジが厚め，薄め）を与えて計算を行なった結果、次の事柄が判明した。1)いずれも同一の値に収束した。2)初期値としてフランジ寸法を薄くとったものが、くり返し回数が一番少なかった。3)得られた最適断面は、いずれも寸法制限いっぱいの値となった。4)従来の断面決定の際に用いた所要フランジ断面積を求める式による値と計算結果が非常に近い値をとる。（表1参照）以上の事から、初期値として適当なのは、従来の式により求めたフランジ断面積を制限いっぱいに薄くとったものではないかと予想される。計算結果の一部を表2に表わす。

表1.（*マーケットサイズとの関連で実際にはこれより幾分大きい値が使われる.）

h (cm)	150		160		170	
フランジ断面積 (cm²)	圧縮	引張	圧縮	引張	圧縮	引張
計算結果	130.7	115.2	119.5	104.5	107.1	91.9
従来の方法*	129.6	114.7	118.5	104.1	105.9	91.6

表2. h = 160 cm

初期値	上下対称	厚め	薄め	最適解
x_1 (cm)	50.0	35.0	55.0	54.07
x_2 (cm)	2.5	3.5	2.3	2.211
x_3 (cm)	50.0	30.0	60.0	56.50
x_4 (cm)	2.5	3.5	2.0	1.850
x_5 (cm)	1.2	1.0	1.0	1.000
A (cm²)	442.0	387.5	406.5	384.1
くり返し回数	3	3	2	

次に、桁高と断面積の関係から最適桁高を求めるため、h=150cm，160cm，170cm，180cm，190cmにおける各々最適断面を求める。初期値は上記のようにして決める。計算結果は表3に表わす。図2は$A-h$の関係である。$A-h$のグラフ上の任意の3点をとり、2次曲線に近似して求めた最適桁高をh=174.7cmとして最適断面を求め、従来の設計法による場合と比較すると表4のようになる。前述のようにして決めた値を初期値とすると、くり返し回数は1～2回となり更に減少した。したがって、初期値の選び方として先に述べたことが適切であったことがわかる。また1)断面積が減少したこと。2)実応力度が許容応力度に等しくなったこと。3)異種の初期値を与えても同一の値へ収束したこと。4)桁高と断面積の関係を表わすグラフがなめらかな変化を示したこと。から判断して、ここで得られた解は全体的最適解であると考えられる。

表3.

h (cm)	A (cm²)
150	389.5
160	384.1
170	381.7
180	381.8
190	384.3

図2

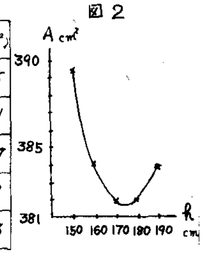


表4.

従来の設計法		SLP法	
x_1= 38.0 cm	h= 160.0 cm	x_1=50.21 cm	h= 174.7 cm
x_2= 3.2 cm	σ_c= 1256 kg/cm²	x_2=2.047 cm	σ_c= 1300. kg/cm²
x_3= 33.0 cm	σ_t= 1365 kg/cm²	x_3=51.90 cm	σ_t= 1400 kg/cm²
x_4= 3.2 cm	I_N=1848000 cm⁴	x_4=1.694 cm	I_N= 1967000 cm⁴
x_5= 1.0 cm	A= 387.2 cm²	x_5=1.092 cm	A= 381.4 cm²

(ii) 整数条件が付く場合

枝払い法をここで適用するが、その概略を述べると次のようになる。まず整数条件無しで問題を解き、整数値化していく順序に従って、得られた最適解をはさむ2つの整数値を定め、各々について他の変数の最適値を定める。両者を比較して有利な方を整数値化した最適解とする。このようにして次々と整数値化していく方法である。先に整数値化した値は次の段階では定数として取り扱う。整数値化する順序は目的関数に及ぼす影響の大きなものから先に行なう。ここでは、x_5，x_2，x_4の順に行なう。これまでの計算結果から、最適断面は所要断面積を有し、寸法制限が許すかぎり薄くとったものであることがわかった。したがって$h=\alpha x_5$となることが考えられる。そこでx_5をhから逆算して適当と思われる値付近で数種類の整数値に決定し、残ったフランジ寸法について最適設計を行ない、各々を比較して断面積が最小となるものにx_5を決定する。後は枝払い法を適用して順次板厚を整数値化していく。表5は、x_5として9mm，10mm，11mm，12mmとした時の計算結果である。これをみるとx_5=11mmの場合に最適解が得られる事がわかる。整数条件付きの最適解を表6に示す。

表5.

x_5 (mm)	h (mm)	A (cm²)
9	1440	394.4
10	1600	384.1
11	1760	381.5
12	1920	385.1

表6.

x_1= 483 mm	h= 1760 mm
x_2= 21 mm	σ_c= 1300 kg/cm²
x_3= 509 mm	σ_t= 1400 kg/cm²
x_4= 17 mm	I_N= 1982000 cm⁴
x_5= 11 mm	A= 381.6 cm²

たわみ量はI_Nに反比例するから、表4，表6のうち表4で得られた断面について従来の方法による設計例を参考にしてたわみ量を求めると1.49 cmとなった。これはスパン25mに対し 1/1680 であるから示方書の制限(1/500)にまだ余裕がある。