

九州大学工学部 正員 吉村虎蔵

学生員 〇大塚久哲

米田利博

1. まえがき 著者の一人は先に板の隅角部四点が支持され、周辺を直線桁および曲線桁にて弾性支持される等方性扇形平板を差分法を適用の上解析し、扇形平板隅角部の支持条件・弾性支持桁の剛度・扇形平板の隅角等が扇形平板のたわみ・曲げモーメントにおよぼす影響などについて考察を加え、この種構造物の力学的特性の把握につとめた。⁽¹⁾ これにより扇形平板と周辺の支持桁との相互作用が一応明確になったと考えているが、実際に構築される板は厳密には直交異方性板として解析すべきものが多いから、ここでは文献(1)と同様に差分法を利用して、周辺を桁にて弾性支持される曲線直交異方性扇形平板と、直交異方性板理論および桁理論に基づいて解析する手法についてのべる。本解析法は鉄筋コンクリート床板およびリブ付鋼床板のように板自体が直交異方性と有するものと考えられる床板、およびそれらと中間補剛桁とが合成して荷重に抵抗する床板・床組構造の両者を解析の対象としており、後者の構造については中間補剛桁の剛性を板剛度に組み入れて直交異方性板として解く方法と、中間補剛桁の差分式を対応する格点で板の差分式と組み合わせる解く方法の2種類が考えられる。中間補剛桁の数が比較的少ない構造に対しては、板と中間補剛桁とを1つの直交異方性板として取り扱うことにし、少し無理があるようであり、⁽²⁾ したがってその場合には後者の考え方に従う方がより合理的な解析法ということになる。両者の考え方による演算結果の相違および適用の限界等に関する考察をおこなうことも本研究の主な目的の一つである。

2. 解法 (1)基礎微分方程式および断面力の差分化

極座標表示による曲線直交異方性板の基礎微分方程式および断面力の式を図-2に示すような放射状格子の格点 (i, j) に関して差分式に変換すれば次のように解析に必要な基礎式を得る。 ここで、

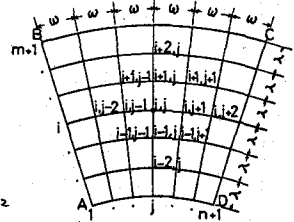
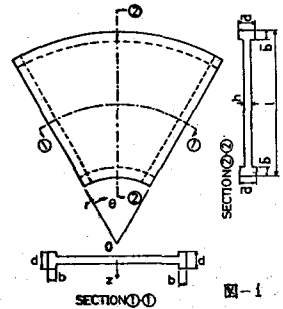
$$\left\{ \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \quad a_3 \quad a_2 \\ a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_5 \quad a_4 \\ a_7 \quad a_8 \quad a_7 \\ a_9 \end{array} \right\} W = \frac{P r^2}{N r} \quad \dots (1)$$

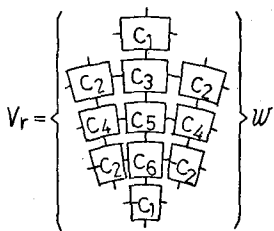
$$M_r = \left\{ \begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \quad b_3 \quad b_2 \\ b_4 \end{array} \right\} W \quad \dots (2)$$

$$M_\theta = \left\{ \begin{array}{c} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \quad \bar{b}_3 \quad \bar{b}_2 \\ \bar{b}_4 \end{array} \right\} W \quad \dots (3)$$

$$V_\theta = \left\{ \begin{array}{c} \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \quad \bar{c}_3 \quad \bar{c}_2 \\ \bar{c}_4 \end{array} \right\} W \quad \dots (4)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 + \lambda(2 + \nu_0 - \nu_r \rho^2) / 2Y_A, \quad a_9 = 1 - \lambda(2 + \nu_0 - \nu_r \rho^2) / 2Y_A, \\ a_2 &= \lambda^2(2R + \nu_r \rho^2 - \nu_0 - R\lambda) / Y_A \lambda^2 \omega^2, \quad a_6 = \rho^2 \lambda^4 / Y_A \omega^2, \\ a_3 &= -4 - \lambda(2 + \nu_0 - \nu_r \rho^2) / Y_A - 2\lambda^2(2R + \nu_r \rho^2 - \nu_0 + \rho^2 \omega^2 / 2) / \omega^2 Y_A^2 + \lambda^2(2R / \omega^2 + \rho^2 / 2) / Y_A^2, \\ a_5 &= 2\lambda^2\{\nu_0 - 2R - \nu_r \rho^2 + \lambda^2(R + \rho^2) / Y_A - 2\rho^2 \lambda^2 / \omega^2 Y_A^2\} / \omega^2 Y_A^2, \\ a_4 &= 6 + 2\lambda^2\{2(2R + \nu_r \rho^2 - \nu_0) - 2\lambda^2(R + \rho^2) / Y_A^2 + \rho^2 \omega^2 + 3\rho^2 \lambda^2 / Y_A^2 \omega^2\} / \omega^2 Y_A^2, \\ a_7 &= \lambda^2\{2R + \nu_r \rho^2 - \nu_0 + R\lambda / Y_A\} / \omega^2 Y_A^2, \\ a_8 &= -4 + \lambda(2 + \nu_0 - \nu_r \rho^2) / Y_A - 2\lambda^2(2R + \nu_r \rho^2 - \nu_0 + \rho^2 \omega^2 / 2) / \omega^2 Y_A^2 - \lambda^2(2R / \omega^2 + \rho^2 / 2) / Y_A^2 \\ b_1 &= -N_r(1 + \nu_0 \lambda / 2Y_A) / \lambda^2, \quad b_2 = -N_r \nu_0 / Y_A \omega^2, \\ b_3 &= 2N_r(1 + \nu_0 \lambda^2 / Y_A \omega^2) / \lambda^2, \quad b_4 = -N_r(1 - \nu_0 \lambda / 2Y_A) / \lambda^2 \\ \bar{b}_1 &= -\rho^2 N_r(\nu_r + \lambda / 2Y_A) / \lambda^2, \quad \bar{b}_2 = -\rho^2 N_r / Y_A \omega^2 \\ \bar{b}_3 &= 2\rho^2 N_r(\nu_r + \lambda^2 / Y_A \omega^2) / \lambda^2, \quad \bar{b}_4 = -\rho^2 N_r(\nu_r - \lambda / 2Y_A) / \lambda^2 \\ \bar{c}_1 &= N_r\{\nu_r \rho^2 + 2(R - \nu_0)\} / 2Y_A \lambda^2 \omega + N_r\{\rho^2 - 2(R - \nu_0)\} / 4\lambda \omega Y_A^2, \quad \bar{c}_2 = N_r \rho^2 / 2Y_A^2 \omega^2, \\ \bar{c}_3 &= -N_r \rho^2 / Y_A \omega^2 - N_r\{\nu_r \rho^2 + 2(R - \nu_0)\} / Y_A \lambda^2 \omega + N_r(R - \nu_0) / Y_A^2 \omega, \\ \bar{c}_4 &= N_r\{\nu_r \rho^2 + 2(R - \nu_0)\} / 2Y_A \lambda^2 \omega - N_r\{\rho^2 - 2(R - \nu_0)\} / 4\lambda \omega Y_A^2, \end{aligned}$$





$C_1 = -N_r/2\lambda^2$, $C_2 = -N_r(2R-\lambda_0)/2\lambda^2\lambda\omega^2$, $C_3 = N_r/\lambda^2 + N_r(2R-\lambda_0)/\lambda^2\lambda\omega^2 - N_r(1+\lambda_0-\lambda_0^2)/\lambda_0\lambda^2 + N_r\rho^2/2\lambda^2\lambda$, $C_4 = N_r(2R+\rho^2-\lambda_0)/\lambda^2\omega^2$, $C_5 = 2N_r(1+\lambda_0-\lambda_0^2)/\lambda^2\lambda^2 - 2N_r(2R+\rho^2-\lambda_0)/\lambda^2\omega^2$, $C_6 = -N_r/\lambda^2 - N_r(2R-\lambda_0)/\lambda^2\lambda\omega^2 - N_r(1+\lambda_0-\lambda_0^2)/\lambda^2\lambda^2 - N_r\rho^2/2\lambda^2\lambda$,
 $\lambda = \ell/m$, $\omega = \theta_0/n$, ℓ : 直線辺長, θ_0 : 扇形平板の開角, m, n : 半径方向および接線方向分割数, r_0 : 座標中心 O より格点 (i, j) までの距離, N_r, N_θ : 半径方向および接線方向板剛度, N_{r0} : 板のねじり剛度, $\lambda_r, \lambda_\theta$: 半径方向および接線方向ホップソン比, $\rho = \lambda_0 + N_{r0}/N_r$, $\rho^2 = N_\theta/N_r$, p : 板に作用する垂直荷重.

(2) 解析の手順 図-2 に示すような放射状格子に分割された扇形平板の各格点におけるたわみを求めるために、まず支持されている隅隅部の4格点を除くすべての格点において式(1)をたてる。その解板端近傍および板端の格点において式(1)が板外の仮想格点を含むから、板端の格点で、板と支持桁との間の力の釣合式および隅隅部の支持点で拘束条件の式をたて、これらを一組の連立方程式として解いて所要のたわみを得、それらの値を使って板および桁の断面力を計算する。

(3) 境界条件式 内側曲線桁と扇形平板との結合部の微小要素に作用する力および曲げモーメントは図-3 のように表わせる。いま曲線桁の幅は無視できるほど小さく、かつ板と曲線桁との中立軸は一致して結合されているものとする。このときの微小要素に関して力およびモーメントの釣合式をたて、断面力と変形量との関係式を使って変形の微分方程式を誘導し、それらを差分式に変換すれば次のような2つの境界条件式を得る。他の3辺においても同様の考え方で境界条件式を容易に誘導することができる。ここに $f_1 = -J_0 m \lambda^2 / 2R \omega^2$, $J_0 = G_0 C_0 / N_r m \lambda$, $G_0 C_0$: 曲線桁のねじり剛度

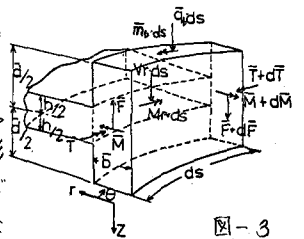
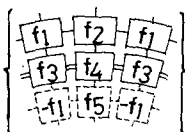
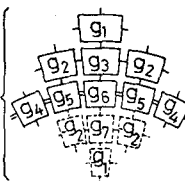


図-3



$$W = \frac{m_0 \lambda^2}{N_r}$$

R : 曲線桁の曲率半径, $f_2 = -1 + J_0 m \lambda^2 / \omega^2 R^2 + \lambda(H_0 m \lambda R - \lambda_0) / 2R$, $H_0 = E I_0 / N_r m \lambda$, $E I_0$: 曲線桁の曲げ剛度, $f_3 = \lambda^2 [m \lambda (H_0 + J_0) / R - \lambda_0] / \omega^2 R^2$, $f_4 = 2 - 2\lambda^2 [m \lambda (H_0 + J_0) / R - \lambda_0] / \omega^2 R^2$, $f_5 = -1 - J_0 m \lambda^2 / \omega^2 R^2 - \lambda(H_0 m \lambda R - \lambda_0) / 2R$



$$W = \frac{g_0 \lambda^3}{N_r}$$

(6) $g_1 = 1/2$, $g_2 = \lambda^2 [m \lambda (H_0 + J_0) / R + 2R - \lambda_0] / 2\omega^2 R^2$, $g_3 = m \lambda^2 H_0 / R^4 \omega^4$,
 $g_4 = -\lambda^2 [m \lambda (H_0 + J_0) / R + 2R - \lambda_0] / \omega^2 R^2 - 1 + \lambda(1 + \lambda_0 - \lambda_0^2) / R - \lambda^2 \rho^2 / 2R^2$,
 $g_5 = -4m \lambda^2 H_0 / R^4 \omega^4 - \lambda^2 [J_0 m \lambda / R + 2R + \rho^2 - \lambda_0] / \omega^2 R^2$,
 $g_6 = 6m \lambda^2 H_0 / R^4 \omega^4 - 2\lambda(1 + \lambda_0 - \lambda_0^2) / R + 2\lambda^2 [J_0 m \lambda / R + 2R + \rho^2 - \lambda_0] / \omega^2 R^2$,
 $g_7 = \lambda^2 [m \lambda (H_0 + J_0) / R + 2R - \lambda_0] / \omega^2 R^2 + 1 + \lambda(1 + \lambda_0 - \lambda_0^2) / R + \lambda^2 \rho^2 / 2R^2$,
 (7) m_0, g_0 : 曲線桁に作用するモーメントおよび垂直荷重.

(4) 剛度の算定 直交異方性板理論に基づいて実際の数値計算を行う場合、剛度の算定が問題となるが、既往の文献を参考にして本研究では構造型式に応じて妥当と思われる算定式を採用した。例えば縦り丁で補剛された図-4 のような曲鋼床板に対しては、 $N_r = E h^3 / 12$, $N_\theta = E I_0 / b$, $\lambda_r = \lambda_\theta = 0$, $N_{r0} = G K / b$ とする。ここに I_0, K : 縦り丁を含む丁型断面の断面2次モーメントおよびねじり定数, b : 縦り丁間隔, h : 板厚。

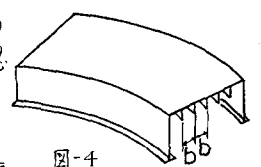


図-4

(5) 張り出し部を有する板の解析 実際に構築される曲線橋では、図-4 の両側主桁および外側主桁のそれぞれ内側・外側に板の張り出し部があることが多い。その場合、張り出し部に作用する荷重は、張り出し部と近似的に片持ばりとみなして、固定端の曲げモーメントを計算し、桁に作用するモーメント荷重 m_b として上述の境界条件式に導入すれば、連続板としての取り扱いをせずに張り出し部を含めた解析が可能となる。

参考文献 (1) Otsuka, H.; Finite Difference Analysis of Circular Ring Sector Plates Supported by Edge-Beams, Proc. of JSCE No. 220, Dec. 1973. (2) 米沢博: 直交異方性板理論の桁橋構造への適用に関する実験的研究, 土木学会誌, 第39巻10号, 昭和29年10月. (3) Lekhnitskii, S.G.; Anisotropic Plates, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1968.