II－3　　骨組構造におけるガセットプレートの効果
ー平衡マトリックスに関するー研究ー

熊本大学工学部　正員　三池亮次
熊本大学工学部　学生員　○石田寛生
熊本大学工学部　学生員　佐伯洋一

1，要旨　平衡マトリックスを用いて任意の軸形状、断面を有する部材の剛性マトリックス，剛性方程式の一般式を誘導する手法は、すでに発表のとおりである。ここでは、特に骨組構造の部材結合部に注目し、結合部の効果を含んだ部材の剛性マトリックスの一般式の誘導を行ない数例の骨組構造の性状を検討した。

2，任意形部材の平衡マトリックス、および剛性方程式、

任意軸形状部材（i，j）のi端における部材断面力、部材端変位の部材および基準座標系における値を、$\overline{\mathbb{P}}_{iji}$，$\mathbb{P}_{iji}$，$\mathbb{d}_{iji}$，$\mathbb{d}_{i}$，$j$端におけるそれを、$\overline{\mathbb{P}}_{ijj}$，$\mathbb{P}_{ijj}$，$\overline{\mathbb{d}}_{iji}$，$\mathbb{d}_{i}$，$i$端を解放したときの、（$i$，$j$）部材の中間荷重による$j$端の断面力（荷重常数）の、部材および基準座標系における値を$\overline{\mathbb{P}}_{Lijj}$，$\mathbb{P}_{Lijj}$，$i$，$j$端における座標変換マトリックスをそれぞれ$\mathbb{T}_{iji}$，$\mathbb{T}_{ijj}$とすれば、（$i$，$j$）部材の平衡方程式は、

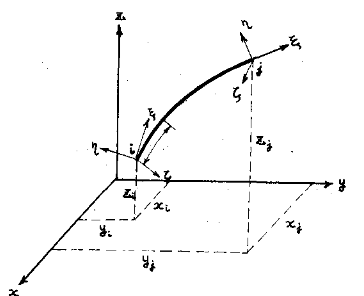

Fig-1　任意形状部材の部材および基準座標系

$$\mathbb{H}_{ij}\cdot\mathbb{P}_{iji}+\mathbb{P}_{ijj}-\mathbb{P}_{Lijj}=0 \qquad (1)$$

$$\overline{\mathbb{P}}_{iji}=\overline{\mathbb{H}}_{ij}\overline{\mathbb{P}}_{iji}+\overline{\mathbb{P}}_{Lijj}=0 \qquad (2)$$

ただし、$\mathbb{H}_{ij}$，$\overline{\mathbb{H}}_{ij}$は（$i$，$j$）部材の基準および部材座標系における平衡マトリックスで$\overline{\mathbb{H}}_{ij}=\mathbb{T}_{ijj}^{(t)}\mathbb{H}_{ij}\mathbb{T}_{iji}$
また、

$$\overline{\mathbb{d}}_{iji}=\left\{-\int_i^j(\overline{\mathbb{H}}_{is}^{(t)}\mathbb{F}_{es}\overline{\mathbb{H}}_{is})ds\right\}\overline{\mathbb{P}}_{iji}+\left\{-\int_i^j(\overline{\mathbb{H}}_{is}^{(t)}\mathbb{F}_{es}\overline{\mathbb{P}}_{Lies})ds-\int_i^j(\overline{\mathbb{H}}_{is}^{(t)}\mathbb{C}_{t})ds\right\}+\overline{\mathbb{H}}_{ij}^{(t)}\overline{\mathbb{d}}_{ijj} \qquad (3)$$

あるいは

$$\overline{\mathbb{d}}_{iji}=\overline{\mathbb{F}}\cdot\overline{\mathbb{P}}_{iji}+\overline{\mathbb{d}}_{Liji}+\overline{\mathbb{H}}_{ij}^{(t)}\cdot\overline{\mathbb{d}}_{iji} \qquad (3)'$$

(3)′式の両辺に左から$\overline{\mathbb{K}}\equiv\overline{\mathbb{F}}^{-1}$を乗じて(2)式に代入すれば、（$i$，$j$）部材の剛性方程式は

$$\begin{bmatrix}\overline{\mathbb{P}}_{iji}\\ \overline{\mathbb{P}}_{iji}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\overline{\mathbb{K}} & \overline{\mathbb{K}}\,\overline{\mathbb{H}}_{ij}^{(t)}\\ \overline{\mathbb{H}}_{ij}\overline{\mathbb{K}} & -(\overline{\mathbb{H}}_{ij}\overline{\mathbb{K}}\,\overline{\mathbb{H}}_{ij}^{(t)})\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\overline{\mathbb{d}}_{iji}\\ \overline{\mathbb{d}}_{iji}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\overline{\mathbb{K}}\,\overline{\mathbb{d}}_{Lijj}\\ \overline{\mathbb{H}}_{ij}\overline{\mathbb{K}}\,\overline{\mathbb{d}}_{Liji}+\overline{\mathbb{P}}_{Lijj}\end{bmatrix} \qquad (4)$$

となる。

ただし$\mathbb{F}_{es}$，$\mathbb{C}_{t}$はそれぞれひずみのたわみ性マトリックスと、温度ひずみのベクトルを表わす。

3、結合部のたわみ性を考慮した剛性方程式の誘導

i)弾性固定部の長さが微小の場合、i'点，j'点の絶対変位は

$$\overline{\mathbb{d}}_{iji'}=\overline{\mathbb{d}}_{iji}+\overline{\mathbb{d}}_{iji'}^{\circ} \qquad (5)$$

$$\overline{\mathbb{d}}_{ijj'}=\overline{\mathbb{d}}_{ijj}+\overline{\mathbb{d}}_{ijj'}^{\circ} \qquad (5)'$$

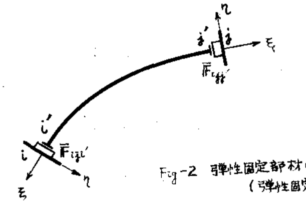

Fig-2　弾性固定部材のモデル
（弾性固定長微小）

ここで、$\overline{\mathbb{d}}_{iji'}^{\circ}$，$\overline{\mathbb{d}}_{ijj'}^{\circ}$は、それぞれ$i$端，$j$端に対する$i'$点、$j'$点の相対変位である。

次にi点，j点におけるたわみ性マトリックスを、それぞれ $\bar{F}_{iji'}$, $\bar{F}_{ijj'}$ とすれば $\bar{d}^{\circ}_{iji'}$, $\bar{d}^{\circ}_{ijj'}$ は、

$$\bar{d}^{\circ}_{iji'} = \bar{F}_{iji'}\cdot\bar{P}_{iji'} \qquad (6)$$

$$\bar{d}^{\circ}_{ijj'} = -\bar{F}_{ijj'}\cdot\bar{P}_{ijj'} \qquad (6)'$$

と表わすことができる。(3)式より（i', j'）部材の剛性方程式は

$$\bar{d}_{iji'} = \bar{F}_{i'j'}\bar{P}_{iji'} + \bar{d}_{Liji'} + \bar{H}^{(*)}_{i'j'}\bar{d}_{ijj'} \qquad (7)$$

となる。上式に(5), (5)'式、(6), (6)'式を代入すれば

$$d_{iji} = \left(\bar{F}_{ij} - \bar{F}_{iji'} - \bar{H}^{(*)}_{ij}\bar{F}_{ijj'}\bar{H}_{ij}\right)\bar{P}_{iji} + \bar{H}^{(*)}_{ij}\bar{d}_{ijj} + \left(d_{Liji'} - \bar{H}^{(*)}_{ij}\bar{F}_{ijj'}\bar{P}_{Lijj}\right) \qquad (8)$$

が成立する。 ∵ $\bar{F}_{i'j'}=\bar{F}_{ij}$, $\bar{P}_{iji}=\bar{P}_{iji'}$, $\bar{P}_{ijj}=\bar{P}_{ijj'}$

(ii)弾性固定部の長さが有限の場合、i点，j点の絶対変位は

$$\bar{d}_{iji'} = \bar{H}^{(*)}_{i'i}\bar{d}_{iji} + \bar{d}^{\circ}_{iji'} \qquad (9)$$

$$d_{ijj'} = \bar{H}^{(*)}_{jj'} d_{ijj} + d^{\circ}_{ijj'} \qquad (9)'$$

となる。また i〜i'間，j〜j'間に中間荷重が作用しないならば

$$\bar{P}_{iji'} = \bar{H}_{ii'}\cdot\bar{P}_{iji} \qquad (10)$$

$$\bar{P}_{ijj'} = \bar{H}_{jj'}\cdot\bar{P}_{ijj} \qquad (10)'$$

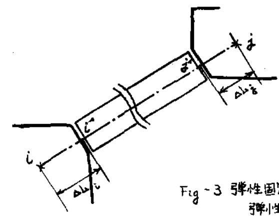

Fig-3 弾性固定部材モデル 弾性固定長有限

(6)(6)'式、(9)(9)'式 (10)(10)'式を、(7)式に代入すれば

$$\bar{d}_{iji} = \bar{H}^{(*)}_{ii'}\left(\bar{F}_{i'j'} - \bar{F}_{iji'} - \bar{H}^{(*)}_{i'j'}\bar{F}_{ijj'}\bar{H}_{i'j'}\right)\bar{H}_{ii'}\bar{P}_{iji} + \bar{H}^{(*)}_{ii'}\bar{H}^{(*)}_{i'j'}\bar{H}^{(*)}_{jj'} d_{ijj}$$

$$+ \left(\bar{H}^{(*)}_{ii'}\bar{d}_{Liji'} - \bar{H}^{(*)}_{ii'}\bar{H}^{(*)}_{i'j'}\bar{F}_{ijj'}\bar{P}_{Lijj'}\right) \qquad (11)$$

となる。ここで部材に中間荷重が作用しない場合には上式は、

$$\bar{d}_{iji} = \bar{H}^{(*)}_{ii'}\left(\bar{F}_{i'j'} - \bar{F}_{iji'} - \bar{H}^{(*)}_{i'j'}\bar{F}_{ijj'}\bar{H}_{i'j'}\right)\bar{H}_{ii'}\bar{P}_{iji} + \bar{H}^{(*)}_{ij} d_{ijj} \qquad (11)'$$

と変形される。(8)式、(11), (11)'式は、(3)式に相等するものであり、以下前述の方法に従って、(4)式と同様の剛性方程式を誘導することができる。

ただし、

$$\mathbb{K} = \bar{F}^{-1} = \left\{\bar{H}^{(*)}_{ii'}\left(\bar{F}_{i'j'} - \bar{F}_{iji'} - \bar{H}^{(*)}_{i'j'}\bar{F}_{ijj'}\bar{H}_{i'j'}\right)\bar{H}_{ii'}\right\}^{-1} \qquad (12)$$

であり、弾性固定部の長さを無視し、$\bar{F}_{iji'} = \bar{F}_{ijj'} = 0$ の場合は、従来の式と同様になる事が、容易に視察できよう。

4. 適用計算例

右に示すモデルについての解析結果、ならびに、F.E.M による弾性結合部のタワミ性マトリックスの検討等については、講演時に詳細を報告する。

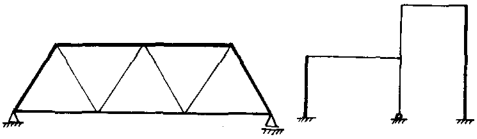

Fig-4 適用計算モデル

○参考文献

1) 三池亮次"マトリックス骨組構造解析における2、3の問題"コンピュータによるマトリックス構造解析法講習会 日本鋼構造協会 S46.3

2) 三池亮次他"任意形状部材の平衡および剛性マトリックス" 日本鋼構造協会 第7回大会研究集会 S48.6

3) R.K.Livesly "Matrix Method of structural Analysis" 1964

4) L.R.Wang "Parametric Method structural Member" Proc A.S.C.E ST8 Aug 1970