

九州大学 正員 橋本武
○九州大学 学生員 長藤敬晴

1. 緒言 従来の軌道の設計では、レールを「連続した線形バネ基礎上の Beam」として解析する場合が多かったが、実際の道床路盤では、引張力に抵抗し得ないこと、また地盤係数が沈下の進行によって変化することなどのために必ずしも実情に合致した満足な結果が得られない面があった。そこで本論においては、道床路盤や締結装置などの影響を、より実情に即した非線形バネあるいは非引張バネとして導入のうえ解析し、これまでの線形バネによるものとの相違と比較検討するものである。また、非引張バネ基礎上の構造物に特有の現象として「浮き上り」があるが、ここではこの浮き上りと拘束して解析した結果についても併せて報告する。

2. 基礎式の誘導 レールを有限要素に分割するにあたり、マクラギによるバネ交点・集中荷重の作用点及びレールの両端点の全てを節点に選ぶ。各節点間を1つの部材（はり要素）とみなせば、レールは各はり要素が節点で連なる Beam 構造と解釈できる。節点と節点間のはり要素について曲げ変形のみを考慮すれば、両端の節点力と変形量との関係が以下のように表示できるのは周知のとおりである。

$$S_{ij} = K_{ij} \cdot U_{ij} \quad \text{----- (1)}$$

任意の節点 i における力のつりあいは図1を参照して

$$P_i + R_i = (S_i)_{i-1} + (S_i)_{i+1} \quad (P_i = [Y_i \ H_i / l_i]^T, R_i = [V_i \ M_i / l_i]^T)$$

支点反力及び反力モーメントがその支点の垂直及び回転変位に比例するものとし、そのバネ定数を K_i^v, K_i^r とすれば上式は次のように変形される。

$$P_i = B_{i-1}^T \cdot U_{i-1} + A_i \cdot U_i + B_i \cdot U_{i+1}$$

$$(B_{i-1}^T = [k_{i-1}^v \ 0], B_i = [k_i^v \ 0], A_i = ([k_{i-1}^r \ 0] + [k_{i+1}^r \ 0] + [0 \ K_i^r / l_i^2]))$$

上式(2)が本題の基礎式であり、あらゆる節点で成立する(但し、 $i=1$ のとき $(k_{i-1}^v)_{i-1} = 0$ 、 $i=n$ のとき $(k_{i+1}^v)_{i+1} = 0$ である)。これを構造全体について総集すると

$$P = K \cdot U$$

なる原則性方程式が得られ、本構造物が解けることになる。

3. バネ定数について レールを支えるバネは弾性締結装置・マクラギ・道床路盤のバネが合成されたものであるから、系全体の鉛直バネ定数を K^v とすると、図2を参照して次のように表わすことができる。(ここでは、弾性締結装置・路盤などの回転抵抗は零とみなした。)

$$K^v = (K_1^v + K_2^v + K_3^v)^{-1} \quad \text{----- (4)}$$

道床路盤及び弾性締結装置(タイバット)の荷重変位曲線とその折線近似は図3・図4のとおりである。またマクラギについてはバネ定数と無限大とみなし、式(4)を適用すると K^v の値が決定でき、図5のような折線近似が得られる。 K^v についてさらに簡化する場合には、圧縮領域の折線を1本の直線で近似し引張領域で零となる非引張線形バネ、あるいは圧縮・引張領域とも1本の直線で表わされる線形バネとなるもので、これらと前述の折線近似の二者について、ここで取り扱い比較対照するものである。

4. 計算手順 各種バネに対する計算手順は次のとおりである。

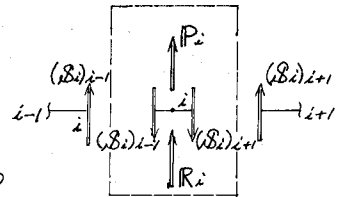


図-1

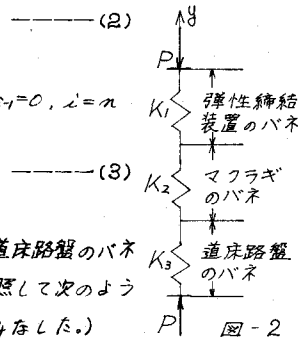


図-2

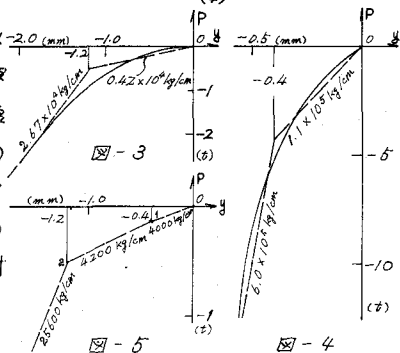


図-3

図-4

1) 非引張線形バネ まず線形バネとして計算を行い、得られた変位について $y > 0$ の節点におけるバネを除去して再計算する。これを繰り返して、 n 回目の結果 u_n と前回の結果 u_{n-1} との間 $|u_n - u_{n-1}| < \text{収束判定値}$ なる関係が成立すれば演算は収束したものとし、 u_n を解とするいわゆる逐次近似解法である。

2) 非線形 (折線近似) バネ はじめに適当な荷重 K に基づいて y が図 5 の折点 1 と通過する荷重の大きさ P_1 を見つけ、逐次近似解法により u を得る。次にバネ定数を修正したのち y が折点 2 に至るまで荷重を増す。各節点について同様の操作を行い、所要の荷重状態における解が得られるまで荷重を増加する。

3) 浮き上がり拘束する場合 バネが引張力に抵抗しない場合、一般に載荷点から離れた節点が浮き上がりを見せる。しかも最大沈下量の絶対値よりも大きい値に達することもあり、実情にそぐわない面が生じてくる。そこで本論では、節点のマクラギおよびレールの重量と自重バクトル W として考慮し、浮き上がりを拘束する力として処理することにする。すなわち、非引張計算で得られた $y > 0$ に対して $y = 0$ の拘束条件の下に計算し拘束したことによる反力 R を求め、 $W > R$ と満足するかどうかを確認するのである。もし $R > W$ ならば、自重が浮き上がりに抵抗できないとして、拘束を解除し、新たに W を外力として P に加えて再計算する。

5. 計算結果 算例として PC コンクリートマクラギ 44/25m の 50 NL-レールを対象とし、荷重はバネ特性の影響を検討するのが主眼であるから中央集中荷重 (10t まで) とした。図 6 は各種バネの場合の中央点の荷重変位曲線である。10t 近傍で非線形拘束バネとほぼ同程度の変位を示す線形バネでも、10t 以外のところではかなりの差異が見られる。図 7 は 10t 載荷時の中央点付近の変位曲線である。当然ながら非引張線形バネでは端部に近づくほど浮き上がり量は大きくなり、端点では、最大沈下の 8~9 倍の浮き上がりを見せている。表は 10t 載荷時の絶対最大曲げモーメントである。

6. 結論 本例において、軌道の設計上必要な最大曲げモーメントの値を見る限りでは、各バネの場合で大差がなく、いずれを採用しても実用上支障はないように思える。しかし現実には、列車の走行安定の観点から変位が重要視され、この場合は非線形拘束バネによるより実情に即した解析が望まれるのである。

また、線形バネで略算する場合もそのバネ定数 K がはじめからわかっているものではなく、非線形 (拘束) バネとよく一致する値を採用するものである。すなわち、図 6 に見るような、 $K = 12500 \text{ kg/cm}$ が最適であるかどうかは荷重の大きさを考慮した上で、折線との比較対照から決まるものであって、この意味からも非線形拘束バネによる解析が必要となるのである。最後に、国鉄技研の報告による道床路盤およびタイパットの荷重変位曲線 (図 3・図 4) を数値計算の際に使用させて頂いたことを付記する。

・参考文献 マトリックス構造解析法 榎木武 共立出版
マトリックス法の応用 山田嘉昭 東大出版会

・使用記号

δ_{ij} : 要素の節点力バクトル u_{ij} : 要素の節点変位バクトル $\delta_{ij} = \begin{Bmatrix} (\delta_{ij})_1 \\ (\delta_{ij})_2 \end{Bmatrix}$ $u_{ij} = \begin{Bmatrix} (u_{ij})_1 & (u_{ij})_2 \end{Bmatrix}$
 P_i : 節点に直接作用する荷重バクトル Y_i^P : 垂直荷重 M_i^P : モーメント荷重 R_i : 支点反力バクトル
 W : 自重バクトル f_{ij} : 反力モーメント K^V : 垂直変位に対するバネ定数 K^M : 回転変位に対するバネ定数
 P : 構造全体の荷重バクトル K : 構造全体の剛性マトリックス U : 構造全体の変位バクトル

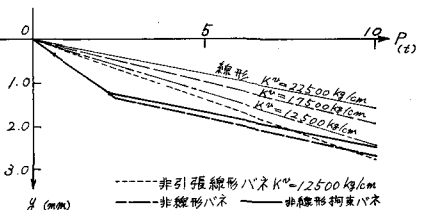


図 - 6

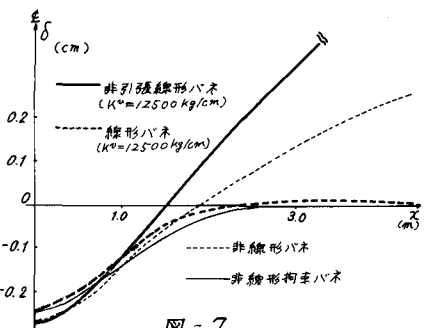


図 - 7

表 - 1

	(絶対)最大曲げモーメント M_{max} (kg-cm)	比
非線形拘束バネ	0.22068 $\times 10^6$	100.0
非線形バネ	0.23494 "	106.5
非引張線形バネ	0.26106 "	118.3
線形バネ	0.24190 "	109.6