

佐世保重工の正員 五反田 道
熊本大学 正員 吉村 虎蔵

まえがき

鋼材性能の向上・構造解析技術の進歩により、従来より巾員にくらべ支間の大きい、いわゆるスレンダーなランガー橋が多く建設されるようになった。スレンダーなランガー橋は、面内の剛性にくらべ面外の剛性が小さくなりやすいので、設計においては面外振動や面外座屈など、いわゆる面外固有値の検討が重要になる。このうち面外座屈については道路橋示方書にも規定があるが、補剛桁や吊材の剛性は考慮できない。また、アーチ橋の面外座屈については谷西^{*1}・深沢^{*2}・崎山^{*3}らの研究があるが、これらはいずれもアーチのみを単独に取扱ったもので、アーチと同程度以上の面外剛性のある補剛桁を持ち、吊材で剛結されているランガー橋に、これら研究をそのまま準用するのは問題があると考えられる。すなわち、大坂^{*4}は骨組の立体座屈解析プログラムを開発しこれとモノコードランガー橋へ適用したところ、従来の計算式による座屈荷重の約3倍もの値が得られ、これら剛性の寄与の大きいことを報告している。

本文は、まっすぐな補剛桁と曲線桁とみなしたアーチのそれぞれの影響係数を別々に求め、吊材変形の適合条件によりこれらを結合してランガー橋の面外固有振動数または面外座屈荷重を求める方法を示すもので、取扱うマトリックスの次数が中間節点の数だけと比較的小さくすむ利点がある。

なお、理論においては逆ランガー橋の面外振動についてのべるが、下路・中路の場合、面外座屈の場合について全く同様な手法で解析することができる。

1 理論

図-1に示す単支間の逆ランガー橋を考える。第 i 断面の上格点には、格点死荷重 W_i が作用し死荷重モーメント M_i を生じており、下格点には不静定水平力 H に相当する軸力を生じてつり合っているものとする。

いま、第 i 断面に図-2に示すような微小変形を与え、この間、荷重および断面力

は変化しないとする、 $W_i \cdot M_i \cdot H$ はこの変形に関する成分をもつようになる。これら成分の大きさは、例えば、図-3に示すように階差式を用

いて求めることができる。つきに、アーチと支柱を切り離し、切断点に自己つり合い力 g_i 、 f_i を導入する。以上により、第 i 断面の上格点に作用する x 方向外荷重を X_{ui} 、 α_i 方向外力ねじりモーメントを T_{ui} とすれば、

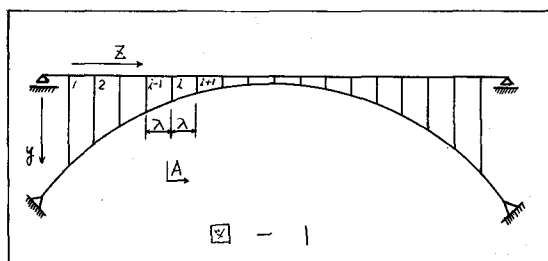


図 - 1

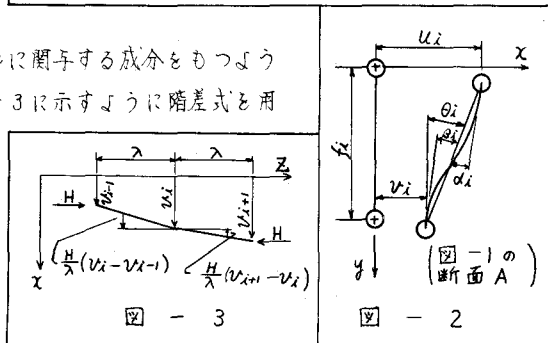


図 - 3

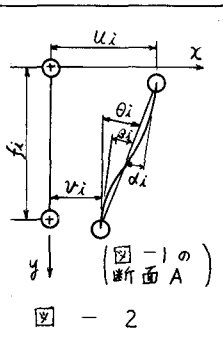


図 - 2

$$Xu_i = -\frac{W_i}{g} \frac{d^2 u_i}{dt^2} + W_i (\theta_i - \alpha_i) - g_i \quad \dots \quad \textcircled{a}$$

$$Tu_i = -f_i \cdot g_i - r_i - \frac{M_i}{\lambda} (2u_i - u_{i-1} - u_{i+1}) \quad \dots \quad \textcircled{b}$$

ここに、 t は時間、 g_i は重力の加速度である。ただし、曲げおし
びねじれについての回転慣性力は無視できるものとする。

振動を単振動とみなせば $\frac{d^2 u_i}{dt^2} = -\omega^2 u_i$ (ω : 円振動数) であり、格点死荷重はすべて等しいと
仮定すれば ($W_i = W$)、式 $\textcircled{a}$ は次のように変形できる。

$$Xu_i = \frac{W}{g} \omega^2 u_i + W (\theta_i - \alpha_i) - g_i \quad \textcircled{a'}$$

一方、補剛桁の x 方向にわみの影響係数を $\bar{u}_{ij}$ 、 α_i 方向のねじれ角の影響係数を a_{ij} とすれば、

$$u_i = \sum_{j=1}^n \bar{u}_{ij} X_j \quad \dots \quad \textcircled{c}, \quad \alpha_i - \theta_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} Tu_j \quad \dots \quad \textcircled{d}$$

$\textcircled{a'}$ と $\textcircled{c}$ に代入して全格点について示すと

$$(-I + \omega^2 \frac{W}{g} U_1)u + WU_1\theta - WU_1\alpha - U_1g = 0 \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{A_2}{\lambda} u + \alpha + A_1 Fg + A_1 r - \theta = 0 \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

ここに、 I : 単位マトリックス、 u, θ, α, g, r : それぞれ $u_i, \theta_i, \alpha_i, g_i, r_i$ の列ベクトル、
 U_1, A_1 : それぞれ $\bar{u}_{ij}, a_{ij}$ の正方マトリックス、

F, M_1 : それぞれ f_i, M_i と対角に並べたマトリックス、 $A_2 = 2A_1 \cdot M_1 - A_3 M_2 - A_4 M_3$ 、

A_3, A_4 : A_1 の各列をそれぞれ前、後に1つずらし、第 $n, 1$ 列に0を入れたマトリックス、

M_2, M_3 : M_1 の各要素をそれぞれ前、後に1つずらし、第 $n, 1$ 要素に0を入れたマトリックス、
第 i 断面下格点についても同様に

$$(-I + \frac{H}{\lambda} V_2)v + V_1 g + T_1 r = 0 \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

$$-\frac{H}{\lambda} T_4 v - T_3 g - \beta + B_1 r + \theta = 0 \quad \dots \quad \textcircled{4}$$

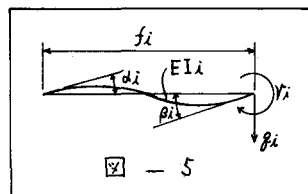
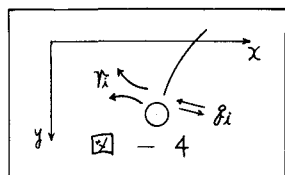
ここに、 v, β : それぞれ v_i, β_i の列ベクトル、 V_1, T_1, T_3, B_1 : それぞれ $\bar{v}_{ij}, t_{ij}, \bar{t}_{ij}, b_{ij}$
の正方マトリックス、 $\bar{v}_{ij}, t_{ij}, \bar{t}_{ij}, b_{ij}$: それぞれアーチの x 方向荷重による x 方向にわみ
の x 方向荷重による β_i 方向ねじれ角の β_i 方向トルク荷重による x 方向にわみの β_i 方向ト
ルク荷重による β_i 方向ねじれ角の影響係数、 $V_2 = 2V_1 - V_3 - V_4$ 、 $T_4 = 2T_1 - T_3 - T_6$
 V_3, V_4 : V_1 の各列をそれぞれ前、後に1つずらし、第 $n, 1$ 列に0を入れたマトリックス、
 T_5, T_6 : T_3 の各列をそれぞれ前、後に1つずらし、第 $n, 1$ 列

に0を入れたマトリックス。

つきに支柱の変形について考えると図-5から

$$-G\alpha + \frac{1}{3} Fg + \frac{1}{2} r = 0 \quad \dots \quad \textcircled{5}$$

$$G\beta + \frac{1}{6} Fg + \frac{1}{2} r = 0 \quad \dots \quad \textcircled{6}$$



ここに、 $G:EIi/f_i$ を対角に並べたマトリックス、

また、 u, v, θ の関係は、

$$u = v + F\theta \quad \dots \quad (7)$$

①～⑦が本解法の基本式であり、変数ベクトルのうち1つを残して他をすべて消去しに式の係数マトリックスから固有値 ω^2 、すなわち固有円振動数 ω が求められる。また、7個のモードベクトル $u, v, \theta, \alpha, \beta, \eta$ および η' も順次求めることができる。なお、式①において $\theta = \alpha = \eta = 0$ といふものは梁の横振動方程式であり、式②において $\eta = \eta' = 0$ とおけばオイラーの座屈荷重が得られる。

2. 数値計算例

前節にのべた理論を用いて電算プログラムを作成した。このうち、曲線桁の影響係数の計算はその基礎微分方程式が文献*1と同一である理由で、後藤の式*5を使用している。まず、本文の解式およびプログラムの照査とかなる意味で

文献*4のシングルロード下路ランガー橋の諸元をデータとして数値計算を行なった。出力された1次と2次の座屈固有値および正規化した固有モードを図-6に示す。文献*4には1次のみが計算されているのでこれを併記した。

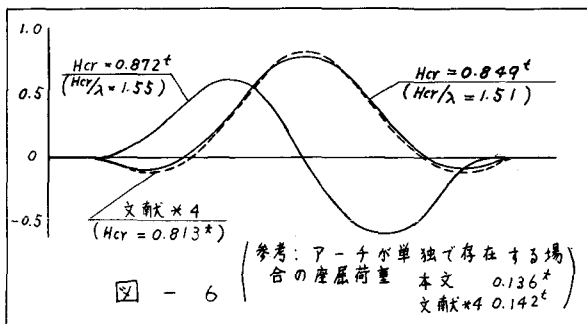


図-6 から本文の値と文献*4の値は全く異った解析法により求められたに

もかわらず、固有値・モードとも誤差わずか数%で一致していることがわかる。なお、使用計算機は佐世保重工の HITAC 8500 (130 KB)、演算時間は8パネルの場合入出力を含め約4分である。

結 び

上路・下路ランガー橋の面外固有振動および面外座屈を同一手法で解析する解析法を提案した。

この解析法を用いてプログラム照査のための数値計算を行なったところ、全く別個の解法である文献*4の結果と誤差数%で一致した。

ランガー橋の面外固有値は種々の要素に支配されるが、構造形式によっては従来の研究で考慮されていない要素が大きな影響力をもつことは、文献*4にも指摘されている通りである。これら要素をいくつか考慮できるようにした本解析法により、従来より精度のよい設計ができると思われる。

最後に、本研究に御厚意と御助言をあたえられた佐世保重工鉄構部高村次長および宮村技師に謝意を表します。

参考文献

- *1 倉西「アーチ橋のねじれ座屈について」土木学会論文集75号、
- *2 沢沢「軸圧縮力をうける円弧アーチの曲げねじれ座屈に関する研究」同96号、
- *3 崎山ほか「横材で補剛されたアーチの面外座屈について」同191号、
- *4 大坂ほか「シングルロード・ランガー橋の横倒れ座屈」三菱技報5-6、
- *5 後藤「連続曲線箱桁の解法」土木技術17-1