

九州大学 工学部 正員	小坪 清 真
九州工業大学 正員	高西 照 彦
九州工業大学 学生員	〇坪 根 康 雄
九州工業大学 学生員	井 上 純 一

1. まえがき

関内橋、本四連絡橋に代表されるが如く、構造物は益々、長大化する傾向にあり、耐震設計の際、かなり高次の固有振動数まで必要とある場合が少なくない。そこで、著者等の内、小坪等は従来の多質点系置換法に代わる、より精度の高い固有値計算法(代表点法)を提案した⁽¹⁾。代表点法が多質点系置換法と異なるのは、慣性力を各代表点間に分布する分布荷重としてゐる点で、その分布型は二次曲線で近似されている。著者等の内、小坪・高西等は本法を簡単な構造モデル(等断面梁)などに適用してきた⁽²⁾⁽³⁾。本論は、代表点法の考え方に基き、より一般化された振動数方程式を導き、本法の適用範囲を変断面梁まで拡張したものであり、合わせて、変断面単純支持梁の固有振動数の算定における本法と、多質点系置換法との精度を比較、検討した。

2. 変断面梁の振動数方程式

前論⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾で詳論した如く、変位曲線 $y(x)$ 、変位係数曲線 α_{nm} を二次曲線で近似する。(図-1)又、橋梁等の長手方向側面は区間的に直線変化 $h(x)$ として差支えない。(図-2)

このとき、代表点 m を中心に左右 $(d+\bar{d})/2$ の区間の分布慣性力による m 点の変位は、

$$y_{nm} = - \int_{-\frac{d+\bar{d}}{2}}^{\frac{d+\bar{d}}{2}} \frac{\rho}{g} h(x) \ddot{y}(x) \alpha_{nm} dx \dots \dots (1)$$

ここに、 ρ は単位体積重量、 h は梁の断面巾である。

(1)の積分区間を便宜上、 $-d/2 \sim 0$ 、 $0 \sim \bar{d}/2$ に分けて積分を実行すると次式を得る。

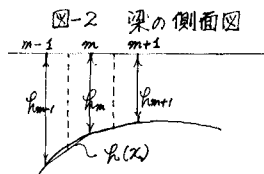
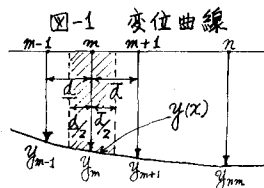
$$y_{nm} = - \frac{\rho}{g} \left\{ \alpha_{nm}^T \left[\frac{d}{960} [D_L] \right] h_m + h_m \left[-8 \ 88 \ 20 \right] + h_m \left[-20 \ 168 \ 72 \right] \right\} [D_R]^T + \frac{\bar{d}}{960} \left\{ h_m \left[\begin{matrix} 111 & 72 & -13 \\ 72 & 168 & -20 \\ -13 & -20 & 3 \end{matrix} \right] + h_{m+1} \left[\begin{matrix} 13 & 20 & -3 \\ 20 & 88 & -8 \\ -3 & -8 & 1 \end{matrix} \right] \right\} [D_R]^T \ddot{y}_m \dots (2)$$

ここに

$$[D_L] = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \frac{d+2\bar{d}}{d+\bar{d}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \frac{d+2\bar{d}}{\bar{d}} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{4} \frac{d^2}{\bar{d}(d+\bar{d})} & 0 \end{pmatrix}, [D_R] = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{4} \frac{\bar{d}^2}{\bar{d}(d+\bar{d})} & 0 \\ 1 & -\frac{1}{4} \frac{\bar{d}+2d}{\bar{d}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \frac{\bar{d}+2d}{\bar{d}} & 1 \end{pmatrix}, \{\alpha_{nm}\}^T = (\alpha_{nm-1}, \alpha_{nm}, \alpha_{nm+1}), \{\ddot{y}_m\} = \begin{pmatrix} \ddot{y}_{m-1} \\ \ddot{y}_m \\ \ddot{y}_{m+1} \end{pmatrix}$$

α_{nm} : m 点は単位荷重が加わるとき m 点の変位

(2)式が、変断面梁の振動数方程式で、断面が曲線変化の場合にも区間的に直線近似することにより又、代表点を梁の任意点に選んだ場合にも適用出来、 $d = \bar{d}$ 、 $h = \text{一定}$ とあれば、前論⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾に示した式に一致する。なお、境界点、端点では、多少の修正が必要であるが、その導き方は(2)式と同様であるか



ら、ここでは省略する。

今、 $d = \bar{d}$ とおくと、(2)式は簡単になり

$$y_{mm} = -\frac{8\bar{d}}{g} \ddot{d}_{mm}^T \left\{ \frac{1}{7680} \left[\rho_{m1} \begin{pmatrix} 59 & 186 & -25 \\ 186 & 740 & -86 \\ -25 & -86 & 11 \end{pmatrix} + \rho_{m2} \begin{pmatrix} 114 & 172 & -86 \\ 172 & 5016 & 172 \\ -86 & 172 & 114 \end{pmatrix} + \rho_{m+1} \begin{pmatrix} 11 & -86 & -25 \\ -86 & 740 & 186 \\ -25 & 186 & 59 \end{pmatrix} \right] \right\} \ddot{y}_m \dots (3)$$

(3)式の[]内を $[d_m]$ とおくと、 q 点の変位は、次式のように表わされる。

$$y_m = -\sum_{m=1}^q \frac{8\bar{d}}{g} \ddot{d}_{mm}^T [C_m] \ddot{y}_m \dots (4) \quad \text{但し、} q \text{ は代表点の数である。}$$

(4)式において、 $y_m = Y_m \sin \omega t$ とおくと、振動数方程式が次式のように得られる。

$$\{Y\} = \frac{8\bar{d}}{g} \omega^2 [A][C] \{Y\} \dots (5) \quad \text{但し、} \{Y\} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1q} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{q1} & \dots & a_{qq} \end{bmatrix}, [C] = \begin{bmatrix} [C_1] & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & [C_q] \end{bmatrix}$$

参考までに、多質点系置換法による振動数方程式を挙げると、

$$\{Y\} = \frac{1}{g} \omega^2 [A][W] \{Y\} \dots (6) \quad \text{但し、} [W] = \begin{bmatrix} w_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & w_q \end{bmatrix} \quad w_m; m \text{ 点に集中させる重量}$$

(5)、(6)両式を比較すると、(5)式の $[C]$ が、(6)式の $[W]$ に相当しており、 $[W]$ が対角マトリクスであるのに対し、 $[C]$ は三重対角行列になっており、代表点法の特徴がよく理解出来る。

3. 計算例

前節において、 $d = \bar{d}$ として導いた(4)式を用いて、図-3に示す変断面単純梁の固有振動数を $\bar{d} = 1.0, 0.5$ の2通りの場合について求め、その結果を図-4に示す。但し、図中、Aは多質点系置換法、Bは代表点法で、厳密解に対する誤差で表わしてある。なお、 $\bar{d} = \bar{d}$ の場合、及び、ディビダグ橋に対する本方法の適用例については、目下、計算中であり、計算結果、及び、考察は講演時に譲る。

図-3 変断面単純梁

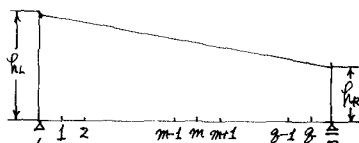
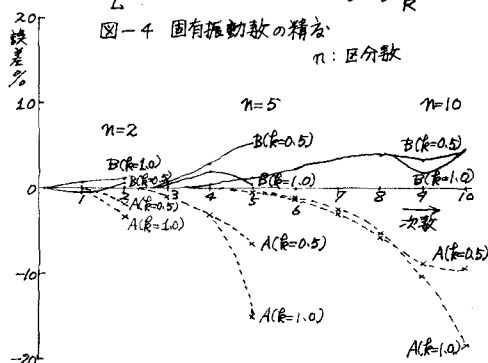


図-4 固有振動数の精度
 n : 区分数



(1): 小坪・川人「連続弾性体を多質点系に置換する場合の精度向上について」 計24回 全口大会講演概要 昭44.9

(2): 小坪・高西・川人「代表点法による連続弾性体の固有値計算法」 九工学集報 Vol.43, No.5, P.64, 昭45.10

(3): 小坪・高西「代表点法による連続弾性体の固有値計算法」 計25回 全口大会講演概要