

九州工業大学 正会員 ○ 花倉芳廣
九州工業大学 正会員 山本 宏

1. まえがき 円弧格子げたとは、図-1に示すように円弧ばり(主げた)と横げたによって構成される格子構造である。ここでは各主げたが同心円弧ではなく、かつ主げたと横げたが斜交している円弧格子げた(図-1(a))の解析に必要な格間伝達式と格点伝達式を示すが、円弧ばりはその材軸が一平面内で円弧をなし、荷重は材軸を含む面に直角な方向から作用するものとする。またねじりモーメントが作用する場合ソリの影響は無視することができるものとする。以下に示す伝達式は各主げたが同心円弧で、かつ主げたと横げたが斜交している円弧格子げた(図-1(b))と主げたと横げたが直交している円弧格子げた(図-1(c))とさらに直線ばり円弧の特別な場合であると考えれば、直線格子げたの伝達式をも含む。

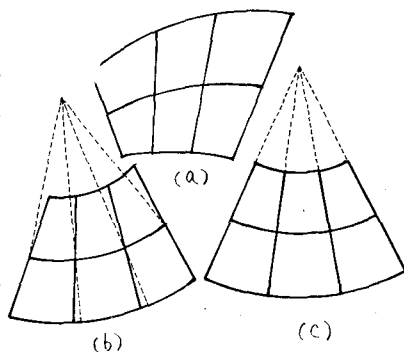


図-1

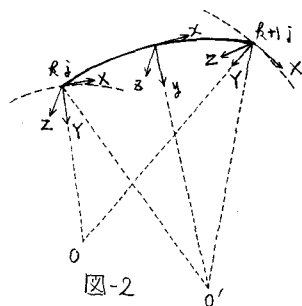


図-2

2. 基準座標系、部材座標系 ----- 基準座標軸XYZは任意の点Oを中心として各節点を通る同心円弧の接線と法線ならびに材軸を含む面に直角な方向とする。また部材座標軸xyzは主げたの場合、円弧ばり任意点における接線と法線ならびに材軸を含む面に直角な方向とし、横げたの場合、材軸とその直角な方向ならびに材軸を含む面に直角な方向とし、図-2に示す方向を正とする。

3. 節点力、節点変位 ----- 主げたをその中心より見て、左端、右端、横げたの場合は上端、下端を定め、節点力(Q, M, T)と節点変位(w, θ, ψ)を次のように考える。

左端(上端) ----- せん断力Qは座標軸の正方向に作用するものを正、曲げおよびねじりモーメントM, Tは座標軸の正方向にむいて時計まわり方向を正とし、変位もそれに共役な節点力と同じ向きをもつ場合を正とする。

右端(下端) ----- Qは座標軸の負方向に作用する場合を正、M, Tは軸の負方向にむいて時計まわりに作用するものを正とし、変位は軸の正方向に変位する場合ならびに軸の正方向にむいて時計まわりに回転する場合を正とする。

4. 格間伝達式 ----- 基準座標系における主げたの円弧ばり要素 k_j の格間伝達マトリックス $\bar{F}_{k_j}$ は部材座標系における格間伝達マトリックス F_{k_j} , R_{k_j} , $R_{k+1,j}$ を格点 $k_j, k+1,j$ における座標変換マトリックスとすると(1)式により求められる。

$$\bar{F}_{k_j} = R_{k+1,j}^{-1} F_{k_j} R_{k_j} \quad \dots (1)$$

$$R_{k_j} = \begin{bmatrix} R & 0_3 & 0 \\ 0_3 & R & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{k_j} & -\sin \theta_{k_j} \\ 0 & \sin \theta_{k_j} & \cos \theta_{k_j} \end{bmatrix} \quad \dots (2)$$

ただし、(2)式の θ_{k_j} は格点 k_j における x 軸と X 軸とのなす角で時計まわりを正とする。したがって基準座標系における円弧はり要素 k_j の両端の状態量ベクトルと結ぶ格間伝達式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \bar{w} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{\theta} \\ \bar{Q} \\ \bar{T} \\ \bar{M} \\ 1 \end{bmatrix}^R = \begin{bmatrix} R\{\cos\theta_{k_j} - \cos(\alpha+\beta)\} & -R\{\sin\theta_{k_j} + \sin(\alpha+\beta)\} & -\frac{R^3}{2GJ}F & \frac{R^2}{2GJ}H' & \frac{R^2}{2GJ}K' & w_0^R \\ 0 & \cos(\alpha+\beta) & \sin(\alpha+\beta) & -\frac{R^2}{2GJ}H & \frac{R}{2GJ}P & \varphi_0^R \\ 0 & -\sin(\alpha+\beta) & \cos(\alpha+\beta) & -\frac{R^2}{2GJ}K & \frac{R}{2GJ}S' & \theta_0^R \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & Q_0^R \\ 0 & 0 & 0 & R\{\cos\theta_{k_{Hj}} - \cos(\alpha+\beta)\} & \cos(\alpha+\beta) & T_0^R \\ 0 & 0 & 0 & -R\{\sin\theta_{k_{Hj}} - \sin(\alpha+\beta)\} & -\sin(\alpha+\beta) & M_0^R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{\theta} \\ \bar{Q} \\ \bar{T} \\ \bar{M} \\ 1 \end{bmatrix}^L \quad (3)$$

ただし

$$F = (1+\lambda)(\sin\alpha - \alpha\cos\alpha) - 2(\alpha - \sin\alpha)$$

$$\lambda = \frac{GJ}{EI}$$

$$H = (1+\lambda)\alpha\cos(\alpha - \theta_{k_{Hj}}) + (1-\lambda)\sin\alpha\cos\theta_{k_{Hj}} + 2(\cos\alpha - 1)\sin\theta_{k_{Hj}}$$

$$\beta = \theta_{k_{Hj}} - \theta_{k_j}$$

$$H' = -(1+\lambda)\alpha\cos(\alpha + \theta_{k_j}) - (1-\lambda)\sin\alpha\cos\theta_{k_j} + 2(\cos\alpha - 1)\sin\theta_{k_j}$$

$$K = (1+\lambda)\alpha\sin(\alpha - \theta_{k_{Hj}}) - (1-\lambda)\sin\alpha\sin\theta_{k_{Hj}} + 2(\cos\alpha - 1)\cos\theta_{k_{Hj}}$$

$$K' = (1+\lambda)\alpha\sin(\alpha + \theta_{k_j}) + (1-\lambda)\sin\alpha\sin\theta_{k_j} + 2(\cos\alpha - 1)\cos\theta_{k_j}$$

$$P = -(1+\lambda)\alpha\cos(\alpha+\beta) - (1-\lambda)\sin\alpha\cos(\theta_{k_{Hj}} + \theta_{k_j})$$

$$\bar{w}_0^R = w_0^R\cos\theta_{k_{Hj}} + \theta_0^R\sin\theta_{k_{Hj}}$$

$$P' = -(1+\lambda)\alpha\cos(\alpha+\beta) + (1-\lambda)\sin\alpha\cos(\theta_{k_{Hj}} + \theta_{k_j})$$

$$\bar{\theta}_0^R = -w_0^R\sin\theta_{k_{Hj}} + \theta_0^R\cos\theta_{k_{Hj}}$$

$$S = -(1+\lambda)\alpha\sin(\alpha+\beta) + (1-\lambda)\sin\alpha\sin(\theta_{k_{Hj}} + \theta_{k_j})$$

$$\bar{T}_0^R = T_0^R\cos\theta_{k_{Hj}} + M_0^R\sin\theta_{k_{Hj}}$$

$$S' = (1+\lambda)\alpha\sin(\alpha+\beta) + (1-\lambda)\sin\alpha\sin(\theta_{k_{Hj}} + \theta_{k_j})$$

$$\bar{M}_0^R = -T_0^R\sin\theta_{k_{Hj}} + M_0^R\cos\theta_{k_{Hj}}$$

5. 格点伝達式……基準座標系での定義された任意格点 k_j の格点変位 $\bar{\delta}_{k_j}$ ($\bar{w} \ \bar{\varphi} \ \bar{\theta}$)と格点力 $\bar{Q}_{k_j}$ ($\bar{Q}, \bar{T}, \bar{M}$)と部材座標系で定義された格点 k_j に連結している横げた $l_{k_j}, l_{k_{Hj}}$ の端部における変位と断面力との適合条件と釣合条件より基準座標系に対して変換した格点力と格点変位との関係式は(4)式で表わされる。

$$\bar{Q}_{k_j} = \bar{K}_{21}^{a_j} \bar{\delta}_{k_{j-1}} + (\bar{K}_{22}^{a_j} - \bar{K}_{11}^{a_{j+1}}) \bar{\delta}_{k_j} - \bar{K}_{12}^{a_j} \bar{\delta}_{k_{j+1}} \quad (4)$$

(4)式において $\bar{K}$ は基準座標系へ変換した横げたの部分剛性マトリックスで、 $\bar{K} = aR_{k_j}^T K_a R_{k_j}$ より得られる。

$$\bar{Q}_{k_j} = \begin{bmatrix} \bar{Q} \\ \bar{T} \\ \bar{M} \end{bmatrix}_{k_j} \quad \bar{\delta}_{k_j} = \begin{bmatrix} \bar{w} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix}_{k_j} \quad aR_{k_j} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta_{k_j} - \theta_{k_j}) & \sin(\delta_{k_j} - \theta_{k_j}) \\ 0 & -\sin(\delta_{k_j} - \theta_{k_j}) & \cos(\delta_{k_j} - \theta_{k_j}) \end{bmatrix}$$

δ_{k_j} : 格点 k_j における X 軸と横げた x 軸とのなす角で時計まわりを正とする。

つぎに格点 k_j に主げた l_{k_j} と $l_{k_{Hj}}$ が連続する条件と(4)式をあわせると格点伝達式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_n \\ 1 \end{bmatrix}^L = \begin{bmatrix} P_1 B_1 0 & \cdots & 0 \\ B'_1 P_1 B_2 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{01} \\ \bar{Q}_{02} \\ \vdots \\ \bar{Q}_{0n} \\ 1 \end{bmatrix}^R \quad (5)$$

$$P_i = \begin{bmatrix} I_3 \\ \bar{K}_{22}^{a_j} - \bar{K}_{11}^{a_{j+1}} \\ I_3 \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0_3 \\ \bar{K}_{12}^{a_j} \\ 0_3 \end{bmatrix} \quad B'_{i-1} = \begin{bmatrix} 0_3 \\ -\bar{K}_{21}^{a_j} \\ 0_3 \end{bmatrix} \quad \bar{V}_i = \begin{bmatrix} \bar{w} \\ \bar{\varphi} \\ \bar{\theta} \\ \bar{Q} \\ \bar{T} \\ \bar{M} \end{bmatrix}$$

(3)式と(5)式を用いて円弧格子けたりの解析を行なうことができる。先に述べたように(3)式、(5)式において、 $\theta_{k_j} = 0$ とすると図-1(b)の場合の伝達式、 $\theta_{k_j} = 0$, $\delta_{k_j} = \frac{\pi}{2}$ とよくと図-1(c)の場合の伝達式が得られまた直線格子けたりの場合には、(3)式の格間伝達マトリックスの各要素の極限値を求めることによって得られる。