

九州大学工学部 上田年比古 ○杉尾 哲

浅野幸男 塚本義孝

1. まえがき

自由地下水面をもつ地下水層中の重力井戸への浸透流を考える。この場合の揚水量算定式としては Thiem 式や Forchheimer 式などがあり、揚水量の算定だけでなく、現場透水試験の透水係数の算定にも用いられる。しかしこれらの算定式を適用すると、それぞれ異なった数値がえられ、算定式の信頼性が問題になることが多い。本報は数値解析法によって揚水量の数値解を求め、この値と比較することによって各算定式の信頼度あるいは適用範囲を検討したものである。

2. 数値解析

座標軸を図-1 のようにとり、I, J 点の水頭を $\varphi (= \Phi / R)$ とおくと、3次元軸対称流の基礎式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

式-1 の各項を図-2 の格子で差分化すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= (\varphi_{I+1,J} + \varphi_{I-1,J} - 2\varphi_{I,J}) / C^2 \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} &= \{(\varphi_{I,J+1} - \varphi_{I,J}) / b - (\varphi_{I,J} - \varphi_{I,J-1}) / a\} \cdot 2 / (a+b) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial r} &= \{(\varphi_{I,J+1} - \varphi_{I,J}) / b + (\varphi_{I,J} - \varphi_{I,J-1}) / a\} / 2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

また井戸壁を通過する流れが Darcy 則に従うとして、井戸壁と地盤の透水係数を k' , k とすると、井戸表面での境界条件は $k'(\partial \varphi / \partial r)_{\#} = k(\partial \varphi / \partial r)_{\text{地}} \quad (3)$ 。いま図-2 の

垂直格子線が井戸表面のとき、I, J+1 点は井戸壁内であると仮想した場合の水頭を $\varphi'_{I,J+1}$ 、I, J-1 点を地盤内であると仮想した場合を $\varphi'_{I,J-1}$ とおくと、

$$\text{式-1, 2 より} \quad C_1 \varphi'_{I,J+1} + C_2 \varphi_{I,J-1} = C_1 \varphi_{I,J+1} + C_2 \varphi'_{I,J-1} \quad (4)$$

$$\text{式-2, 3 より} \quad (k' - k)(b-a)\varphi_{I,J} = a(k\varphi_{I,J+1} - k'\varphi'_{I,J+1}) + b(k'\varphi_{I,J-1} - k\varphi'_{I,J-1}) \quad (5)$$

$$\therefore C_1 = \left\{ \frac{2}{b(a+b)} + \frac{1}{2bR_{I,J}} \right\}, \quad C_2 = \left\{ \frac{2}{a(a+b)} - \frac{1}{2aR_{I,J}} \right\}, \quad C_3 = \frac{1}{C^2}, \quad C_4 = \left\{ \frac{2}{b(a+b)} + \frac{2}{a(a+b)} + \frac{2}{C^2} + \frac{1}{2R_{I,J}} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \right\}$$

1 に於て仮想値を用いて式-1 に、式-4, 5 を代入して仮想値を消去して整理すると

$$\begin{aligned} & (C_1 b + C_2 a)(C_1 k \varphi_{I,J+1} + C_2 k' \varphi'_{I,J-1}) + C_3 (C_2 a k' + C_1 b k) (\varphi_{I+1,J} + \varphi_{I-1,J}) \\ & - \{ C_4 (C_2 a k' + C_1 b k) - C_1 C_2 (b-a)(k'-k) \} \varphi_{I,J}^{m-1} \equiv A - B \varphi_{I,J}^{m-1} = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

いま m 回目の I, J 点における式-6 の誤差を $\frac{A}{B} - \varphi_{I,J}^{m-1} = R_{I,J}$ とおくと、S, O, R 法では m 回目の φ の値は $\varphi_{I,J}^m = \varphi_{I,J}^{m-1} + \alpha \cdot R_{I,J} \quad (7)$ 本解析では $m \leq 25$ では $\alpha = 1.5$, $m > 25$ では $\alpha = 1.9$ とした。

図-1 の境界条件は、i) 自由地下水面で $\varphi = R$, 法線方向を n とすると $\partial \varphi / \partial n = 0$, ii) 浸出面で $\varphi = Z$, iii) 井戸内で $\varphi = R_0$, iv) z 軸で $\partial \varphi / \partial r = 0$, v) 不透水層との境界面で $\partial \varphi / \partial z = 0$, vi) 影響半径の位置で $\varphi = H$ であるから、これらの境界条件を満足して、浸透領域内の各格子点で式-6 が成り立つように、式-7 を用いて φ の値を求めれば、図-1 の流れの解が求められる。二に自由地下水面の付近では、図-3 のように格子点の一部が浸透領域からはみ出すが、式-8 で求めた値をはみ出した点の φ の値

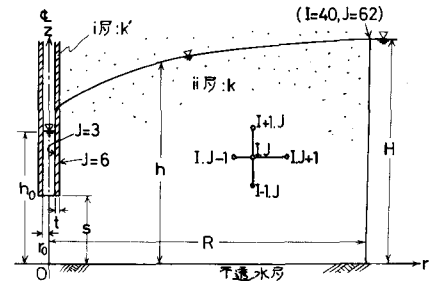


図-1 流れの場

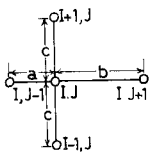


図-2 基本格子

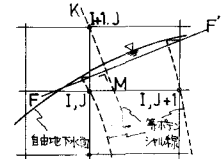


図-3 自由地下水面での処理

に代りて、浸透領域内の格子と同様に処理した。すなわち、たとえば I+J 点の場合、自由地下水面（計算では FF' 線）と直交して I+J 点を通る等ポテンシャル線 KL を仮想し、この線上の φ の値を KL 線と水平移子線との交点 M で、 $\varphi_{I,M}$ と $\varphi_{J,M}$ の値から内挿して $\varphi_{I,M} = \varphi_{I,J} + C \cdot (\varphi_{I,J+1} - \varphi_{I,J})^2 / b^2$ — (8) 求めた。この場合 $\varphi_{I,M}$ は式 8 で示される。つぎに揚水量は式 9 を $Q = \int_0^R u dz = R \int_0^R \frac{\partial \varphi}{\partial r} dz$ — (9) 領域内の $J=11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53$ の 8 断面に適用して算定したものの平均値をとった。

3. 数値解による揚水量算定式の検討

まず図-1 で $S=0$, $R=R'$ とおいて求めた自由地下水面を Boulton の計算結果と比較すると、図-4 のように全く一致し、揚水量 ($Q/RH^2=0.7953$) も Dupuit 式（厳密解）の値 ($Q/RH^2=0.7951$) とよく一致しているから、本解析の妥当性はほぼ確かめられたものと考えらる。Thiem 式からえられる水頭 h_d と、式 11 で求めた鉛直断面上の平均水頭 $\bar{\varphi}$ とは、図-4 に示すようにほぼ一致するから、 $\bar{\varphi}$ の値を観測井の水位として測定できれば Thiem 式からも正しい結果がえられる。 $h_d^2 = H^2 - (H^2 - h_0^2) \cdot \ln(R/r) / \ln(R/r_0)$ — (10) $\bar{\varphi} = \int_0^R \varphi(r,z) dz / h$ — (11)。つぎに $S \neq 0$ で $R=R'$ の場合の計算値を Forchheimer 式、Boreli 式⁴⁾、Kozeny 式および de Glee 式の算定値と比較すると表-1 のようになり、Boreli 式と Kozeny 式はほぼ全般的に、Forchheimer 式は水位低下量が比較的小さい場合により結果を与えるようである。

つぎに現場透水試験の揚水井のように、井戸壁での水頭損失が大きい場合を考えよう。 $R/R' = 1.0$ と 10.0 の場合の流れの状態を比較すると図-5 のようになり、揚水量も上記 4 式の値とはかなり異なる。いま数値解の揚水量を Thiem 式に代入して h_d を求め、 $\varphi_{z/H=0.5}$ と比較すると図-6 のようにほぼ似た傾向を示し、 $R/H = 1.0$ と 1.5 の $\varphi_{z/H=0.5}$ を用いて Thiem 式より算定すると、表-2 のように数値解とかなりよく一致している。したがって $z/H=0.5$ の水頭を観測井の水位として測定すれば、 $R/R' \approx 1$ の場合の揚水量も Thiem 式より算定できるといえる。

○参考文献

- 1) 水理公式集，土木学会編，P.369 昭和46年。
- 2) 土質力学，最上武雄編，P.131，技報堂，昭和44年。
- 3) Boulton, N.S.: The flow pattern near a gravity well in a uniform water-bearing medium, Jour. I.C.E., London, Vol. 36, 1951, P.534.
- 4) Boreli, M.: Free-surface flow toward partially penetrating wells, Trans. A.G.U., Vol. 36, No.4, 1955, P.664.

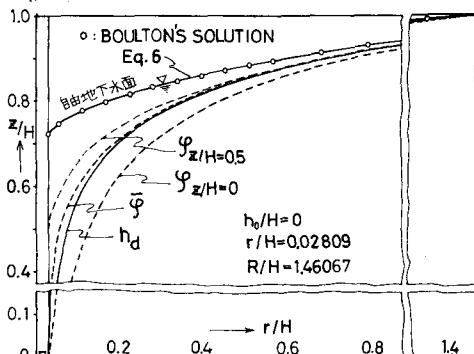


図-4 完全貫入井戸の計算結果

R/H	r/H	h0/H	s/H	Q/RH ²	Q との誤差 (%)			
					Q _F	Q _B	Q _K	Q _{dG}
3.0	0.02	0.2	0.2	0.4978	-67.8	-5.2	0.1	91.4
"	"	0.4	"	0.4548	-7.1	-2.7	2.7	57.1
"	"	0.8	"	0.2090	-0.3	-1.2	4.3	14.0
"	"	0.8	0.6	0.1289	3.2	-15.9	10.6	11.8
1.2	"	0.4	0.2	0.5468	-5.5	-1.0	5.6	30.7
5.0	"	"	"	0.4140	-7.4	-3.0	2.4	72.6
3.0	0.1	"	"	0.7256	-6.4	11.4	17.7	59.2

表-1 不完全貫入井戸の計算結果

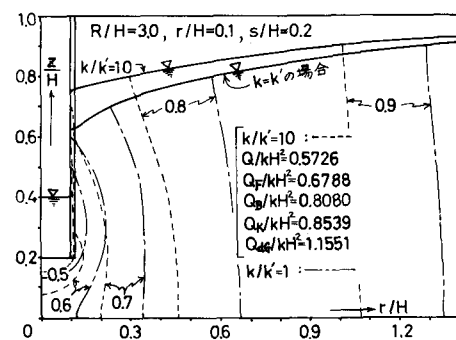


図-5 不完全貫入井戸の等ポテンシャル線

No.	R/R'	t/H	r/H	h0/H	s/H	Q/RH ²	Q _T /RH ²	Q _{de} /Q _B
1	10	0.015	0.1	0.2	0	0.6637	0.6582	0.8867
2	"	"	"	0.4	0.2	0.5726	0.5693	0.8080
3	"	"	"	0.6	0	0.4429	0.4459	0.5912
4	2	0.075	0.04	0.4	"	0.5042	0.5040	0.6112
5	1	0.03	0.02	0.6	0.4	0.2804	0.2855	0.2668
6	"	"	"	0.1	0.4	0.7256	0.7208	0.8080

表-2 Thiem 式の算定結果 (R/H=3.0)

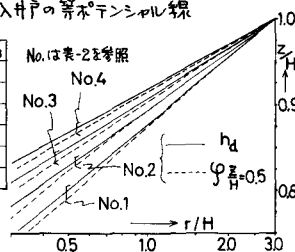


図-6 h_d と $\varphi_{z/H=0.5}$ との比較