

九州大学 正員 井島 武士

同 同 ○田淵 幹修

同 坂井 久雄

同 学生員 山口 修

1 はしがき

Fig-1 に示すように 海底が礫などの透水性の物質で成っている時 その上を進行する波は透水層内の流体抵抗によりエネルギーを失い また波長も透水層を構成する物質の性質や厚さ等により変ってくる。ここではこのような透水層上を進行する微小振幅波の速度ポテンシャルと dispersion relation を決定し 数値計算により明らかとなった波高の減衰や波長の変化等について述べる。

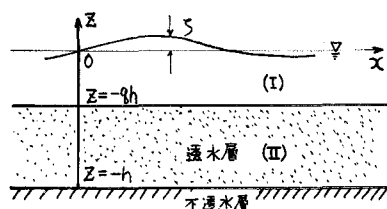


Fig 1 Definition Sketch

2 理論および結果

Fig-1 に示すように 深さ h の不透水層上に静水面よりの深さ gh ($1 > g > 0$) 空隙率 V で一様な透過性をもつ透水層がある場合を考え、静水面に座標原点を置き水平に x 軸、鉛直に z 軸をとる。流体域を $z = -gh$ によって上層流体域 (I) と透水層内域 (II) に分け 上層流体では非圧縮性完全流体の運動を行い、透水層域では流体は流速に比例する抵抗を受ける Darcy の法則に従う運動をするものとする。各領域の運動はそれぞれ速度ポテンシャル $\psi_i(x, z, t) = \phi_i(x, z) e^{i\omega t}$ ($i=1, 2$) をもち $\phi_i(x, z)$ は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (i=1, 2) \quad (1)$$

透水層内の流体運動による単位体積の流体に対する抵抗を流速に比例するとして その係数を μ とすると 透水層 (領域 II) の水平方向と鉛直方向の流速 u, w および流体圧力 p は次式で表わされる (ρ は流体の密度)

$$u = \frac{\partial \phi_2}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial \phi_2}{\partial z}, \quad \rho p = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \mu V \phi_2 \right) - g z \quad (2)$$

この ϕ_2 と上層流体域 (I) の速度ポテンシャル $\phi_1(x, z)$ に対する境界条件は水面および水底において次のように表わされる。

$$z=0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \frac{\sigma}{g} \phi_1; \quad z=-h \quad \text{で} \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

また $z = -gh$ において鉛直方向の mass flux と energy flux が連続であることから

$$\left. \begin{aligned} z = -gh \quad & \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \\ \phi_1 &= \beta \phi_2, \quad (\beta = (1 - i\sqrt{\gamma h})/\sqrt{\gamma}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(3)を満足する式(1)の解を次の形におく

$$\phi_1(x, z) = (D^{(1)} e^{i\lambda x} + E^{(1)} e^{-i\lambda x}) \left(\cosh \nu z + \frac{\gamma}{\nu h} \sinh \nu z \right) \quad (5)$$

$$\phi_2(x, z) = (D^{(2)} e^{i\lambda x} + E^{(2)} e^{-i\lambda x}) \cosh \nu(z+h) \quad (6)$$

ここで $\gamma = \sigma h / g$, σ は進行波の周波数で T を周期とすると $\sigma = 2\pi/T$

上式を式(8)に代入すると定数間の関係を規定する式として

$$D^{(2)} = f(\nu) \cdot D^{(1)}, \quad E^{(2)} = f(\nu) \cdot E^{(1)}, \quad f(\nu) = \frac{\cosh \nu h}{\beta \cosh \nu h} \left(1 - \frac{\gamma}{\nu h} \tanh \nu h \right) \quad (7)$$

また ν を規定する関係式として次式が得られる。

$$\frac{\nu h (\beta \tanh \nu h + \tanh \nu h)}{\nu h + \tanh \nu h \cdot \tanh \nu h} = \gamma, \quad \bar{\gamma} = 1 - \gamma \quad (8)$$

Fig. 2 は $V=0.5$, $q=0.4$, $\mu/\sigma=2.0$ の場合に
ついて式(8)の左辺を complex plane 上で計算し
たもので実線が実数部の値、破線が虚数部の 0
を達する線である。式(8)の右辺は常に実数で
その値は γ であるから 式(8)による νh の値は
破線上に達なり破線を切る実線の値が γ であ
ることを示している。この図からも分るように
 νh は complex plane 上で原点に関して対称に
無限可付番存在するからそれらを νh ($i=0, 1, 2, \dots$)
とすると 式(5), (6)および式(7)から $\phi_1(x, z)$,
 $\phi_2(x, z)$ の一般解は次式で示される。

$$\phi_1(x, z) = \sum_{i=0}^{\infty} (D_i e^{i\lambda x} + E_i e^{-i\lambda x}) \left(\cosh \nu_i z + \frac{\gamma}{\nu_i h} \sinh \nu_i z \right) \quad (9)$$

$$\phi_2(x, z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(\nu_i) (D_i e^{i\lambda x} + E_i e^{-i\lambda x}) \cosh \nu_i(z+h) \quad (10)$$

Fig. 1 に示す遠水モデルが x 軸方向に非常
に長い場合を考えると 式(9), (10)で $i=0$ の項
のみを考えれば十分である。また x の負の方向
に進む波のみを考えると (I) 領域の速度ポテン
シャル $\phi(x, z)$ は次のようになる。

$$\phi(x, z) = D_0 e^{i\lambda x} \left(\cosh \nu_0 z + \frac{\gamma}{\nu_0 h} \sinh \nu_0 z \right) \quad (11)$$

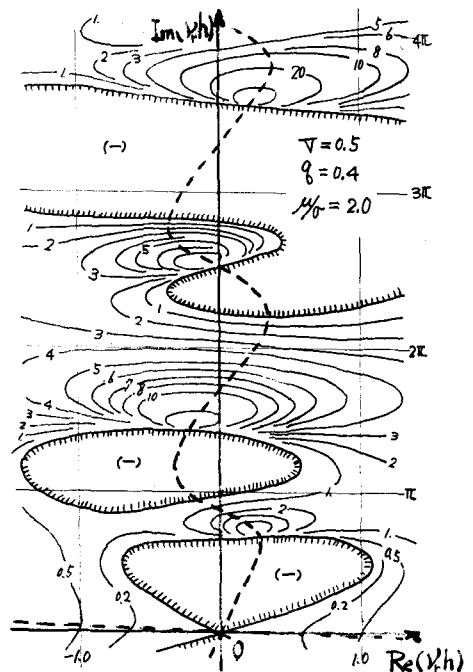


Fig. 2

いま、 $16h = Rch - Ioh \cdot i$ ($i = \sqrt{-1}$) とおくと 水面変動 ζ は $\zeta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0}$ より

$$\zeta = \frac{i\sigma}{g} D_0 \cdot e^{\frac{\sigma x}{L}} \cdot e^{i(kx + \sigma t)} \quad (12)$$

$x=0$ で $\zeta = a \cos(\sigma t)$ とすると $i\sigma/g \cdot D_0 = a$ となる。

式(12)から分るように $16h$ の実数部 Rch は wave number を示し (波長を L とすると $Rch = 2\pi/L$) $16h$ の虚数部 Ioh は波高の減衰率を表わしている。Fig.3 に $V=0.5$, $M/\alpha=2.0$ の時の $2\pi h/L$ の値を示す。 q が小さい程同じ σ/g に対する波長 L は小さいことが分る。また ● 点は空疎率 $V=0.452$ の碎石 (径 $1 \sim 4$ cm) を厚さ 15 cm の $1/m$, 長さ 8 m 逆流水路に敷き $q=0.4$ の時の波長を測定してプロットしたものである。破線が $q=0.4$ で逆水月が不透過となった極限 ($V \rightarrow 0$, $M/\alpha \rightarrow \infty$) の時の値で、 $q=1.0$ の線は $q=0.4$ で $V \rightarrow 1.0$, $M/\alpha \rightarrow 0$ とした時の値とも一致する。実験値は、 σ/g が大きい時を除いてほぼ $M/\alpha=1.0 \sim 2.0$ の線の近傍にあり、実験値の1つを除いた全てが破線と $q=1.0$ の線の間に存在している。

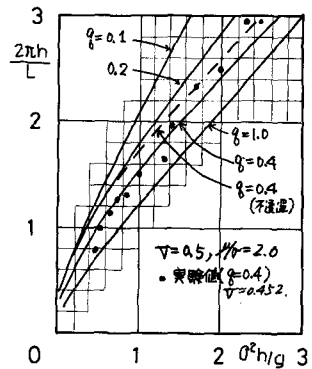


Fig.3 Wave Length

Fig.4 及び 5 に波高の減衰率を $q=0.4$ と $q=0.6$ について示した。空疎率 $V=0.5$ である。

q が小さい程減衰率は大きくなるが、 M/α については $q=0.4$ のときは図示してないが $M/\alpha=2.5$ 及び 3.0 の値はほとんど $M/\alpha=2.0$ の値と重なるか小さめであり、 $q=0.6$ では $M/\alpha=2.5$ の値は $M/\alpha=2.0$ の値よりも小さくなっている。すなわち $M/\alpha=2.0$ で波は最も減衰し M/α がこれより小さい所では流体運動の受ける抵抗が小さく、又 M/α が大きい所では流体抵抗の為流体運動が押えられるためいずれもエネルギー損失は小さくなる。また σ/g に関して減衰率のピークが存在するがこれは σ/g が小さい長波では逆水月を通りやすく、 σ/g が大きい深海波では波のエネルギーが水面付近に集中して逆水月の影響が小さいいずれもエネルギー損失が小となる為である。Fig.4,5 の実験値は波長測定の実験と同じ碎石と装置で行なったものである。この実験値は M/α が $1.0 \sim 2.0$ の計算値と良い一致を示しているが、これは著者らが先に透過性防波堤の研究で見出した抵抗係数の値と全く一致している。

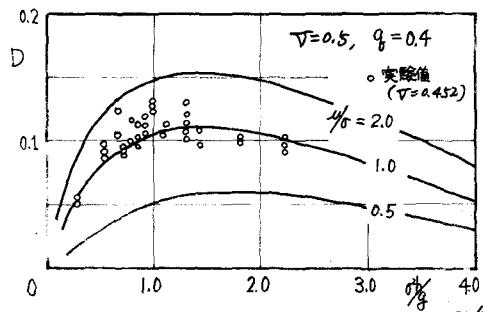


Fig.4 Modulus of Wave Decay in Expression $e^{-Dx/h}$

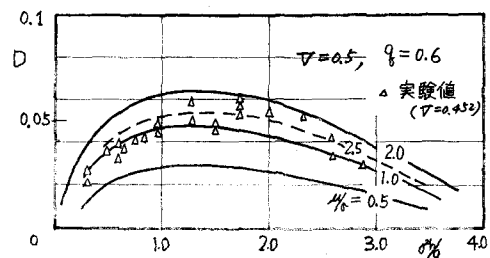


Fig.5 Modulus of Wave Decay in Expression $e^{-Dx/h}$