II — 15

複式サージタンクの安定理論

九州電力K.K. 土木部　正員　村瀬治男

1. まえがき

複式サージタンクとは、単動式サージタンクが2つ以上ある発電用水路系をいう。

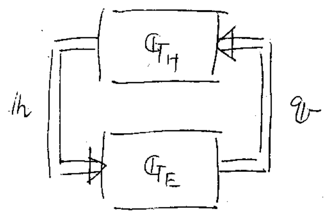
本論文は、特定の形式の複式サージタンクの安定理論を述べるものではない。複式サージタンクは、一般に、多変数制御系である。本論文は、このような多変数制御系の安定理論の研究である。

2. 複式サージタンクの安定判別条件

一般の複式サージタンクの安定判別条件について、その導き方を示す。

図－1が考察の自動制御系である。

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{h} &= \mathbf{G}_H \cdot \mathbf{q} \\ \mathbf{q} &= \mathbf{G}_E \cdot \mathbf{h} \end{aligned}\right\} \text{—— (1)}$$



図－1

ただし、

$$\mathbf{q} \equiv \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h} \equiv \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_H \equiv \begin{bmatrix} G_{H11} & G_{H12} & \cdots & G_{H1m} \\ G_{H21} & G_{H22} & \cdots & G_{H2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ G_{Hm1} & G_{Hm2} & \cdots & G_{Hmm} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_E \equiv \begin{bmatrix} G_{E1} & & & 0 \\ & G_{E2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & G_{Em} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{q}$：水車流量の変分（ベクトル），　$\mathbf{G}_H$ ＝水路系の伝達マトリックス

$\mathbf{h}$：有効落差の 〃 （ 〃 ），　$\mathbf{G}_E$ ：電気機械系 〃

m：水車・発電機の数

$\mathbf{G}_H$，$\mathbf{G}_E$ については、著者はよく整理された研究成果をえているが、紙数の関係で省略しなければならない。

特性方程式は、

$$\det.(\mathbf{I} - \mathbf{G}_H \cdot \mathbf{G}_E) = 0 \quad \text{—— (2)}$$

$$\equiv \begin{vmatrix} 1-G_{H11} \cdot G_{E1} & -G_{H12} \cdot G_{E2} & \cdots & -G_{H1m} \cdot G_{Em} \\ -G_{H21} \cdot G_{E1} & 1-G_{H22} \cdot G_{E2} & \cdots & -G_{H2m} \cdot G_{Em} \\ \vdots & \vdots & & \\ -G_{Hm1} \cdot G_{E1} & -G_{Hm2} \cdot G_{E2} & \cdots & 1-G_{Hmm} \cdot G_{Em} \end{vmatrix}$$

である。ただし、$\mathbf{I}$：単位マトリックス

$\mathbf{G}_H$，$\mathbf{G}_E$ の中に含まれている定数はすべて実数であるから，(2)式は

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0 \quad \text{—— (3)}$$

の形の実係数の多項式に展開できる。ただし、s：Laplace変換のパラメータ

したがって、Routh-Hurwitz の条件は次式で与えられる。

$$\left.\begin{array}{l} a_n,\ a_{n-1},\ \cdots,\ a_0 > 0 \\ \Delta_n,\ \Delta_{n-1},\ \cdots,\ \Delta_2 > 0 \end{array}\right\} \quad \text{——} (4)$$

ただし、

$$\Delta_k \equiv \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & a_{n-2k+1} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & a_{n-2k+2} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & a_{n-2k+3} \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \cdots & a_{n-2k+4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-k} \end{vmatrix}, \quad \begin{array}{l} \Delta : \text{Hurwitz の行列式} \\ k = 2, 3, \cdots, n \end{array}$$

結局、特定の複式サージタンクの諸元を(4)式に代入すると、所要の安定判別条件が求まることになる。

3. 2変数制御系の例

応用の一例として、図-2に示すようなA, B 2つの水路系の安定性を比較検討してみる。

結論を述べる。Bの方は $a_3 < 0$ となり、不安定な水路系である。これに対し、Aの方は安定な水路系（F, F' の経済的設計が可能）で、$a_3 > 0$, $a_1 > 0$ の条件から、以下の必要条件をうる。

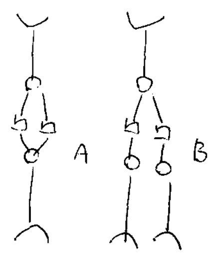


図-2

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{F} + \dfrac{1}{F'} < \dfrac{1}{(\gamma_1+\gamma_2)\cdot F_{Th}} + \dfrac{1}{(\gamma_1+\gamma_2)\cdot F'_{Th}} \\ \phi\cdot F + \phi'\cdot F' > (\gamma_1+\gamma_2)\cdot \bar{F}_{Th} \end{array}\right\} \quad \text{——} (5)$$

ただし、

F：サージタンクの断面積，　ϕ：係数 (<1)

F_{Th}：Thoma の 〃，　γ：G_E のゲイン

$\bar{F}_{Th}$：〃 〃 （仮想の），　記号 $'$：放水路を示す

A の水路系は現在建設中の大平揚水発電所の水路系に採用されている。

4. あとがき

この研究は、著者が唐津在住の期間（昭和44年2月～45年2月）になした成果である。内容の詳細は「発電水力」に発表したい。