

II-6 振幅を伴う流路変動(第2報)

九州大学 工学部 正員 平野 宗夫

1. まえがき

前報¹⁾において振幅を伴う流路変動に関する計算式を導いた。断面形を指数関数と仮定して計算を行ったが、計算はかなり複雑であった。しかし、通常の河床変動計算におけるように、断面形を定形として扱えば計算は非常に簡略化されるので以下に報告する。

2. 流砂の移動方向

図-1のように、横断方向に傾斜した斜面上を速度 u_g で移動している砂粒を考える。まず、砂粒に働く流体力を D 、砂粒と河床砂礫の間の摩擦力を F 、砂粒の水中重量を W とすると、移動速度が定常の場合には、
 $D \cos \delta - F \cos \gamma = 0$ あるいは $W \sin \theta - D \sin \delta - F \sin \gamma = 0$

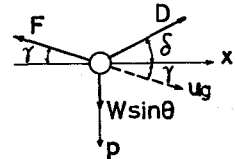


図-1

次に、この砂粒を、砂粒に作用する流水の流速 u_d と同じ速度で移動しなから観察したとすると、砂粒は静水中を x 方向の分速 $(u_d - u_g \cos \gamma)$ 、 y 方向の分速 $u_g \sin \gamma$ で図-2に示る方向に移動するように見えるから、

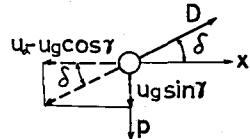


図-2

$$\tan \delta = \frac{u_g \sin \gamma}{u_d - u_g \cos \gamma} \quad (1)$$

これらの式より

$$\tan \gamma = \frac{\tan \theta}{\mu} \left\{ \sec \gamma - \cos \gamma + \left\{ \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \cos \gamma \cos \theta \right. \right. \\ \left. \left. \times \sqrt{\left(\frac{\tan \theta}{\mu \cos \gamma} - \tan \gamma \right)^2 + 1} - 1 + \cos \gamma \right\}^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / g d$ 、 $\tau_* = u_*^2 / g d$ 、 μ は砂粒の摩擦係数である。 θ と γ が小さく、 $\cos \theta = \cos \gamma = 1$ とあける場合には、
 $\tan \gamma = \frac{\tan \theta}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \quad (3)$

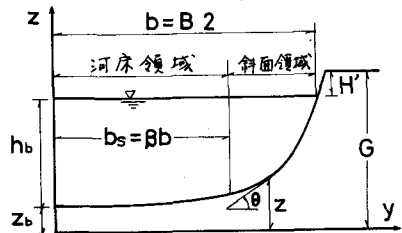


図-3

次に、単位幅当り流砂量 q_B の x 方向の成分 q_{Bx} が通常の流砂量の式

$$\frac{q_B}{u_{*d}} = K (\tau_* - \tau_{*c})^m \quad (4) \quad \text{ここに、} K \text{ および } m \text{ は定数}$$

で表わされるものとする。 q_B の y 方向の成分 q_{By} は上式に式(3)を代入して

$$\frac{q_{By}}{u_{*d}} = \frac{q_{Bx}}{u_{*d}} \tan \gamma = K \frac{\tan \theta}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} (\tau_* - \tau_{*c})^m \quad (5)$$

3. 流路変動の計算式

図-3のように、断面を水平に近い河床領域と側方近くの斜面領域とに分割すると、連続の条件より

$$(1-\lambda) \int_0^{b_s} \frac{\partial z}{\partial t} dy = q_{Bys} - \int_0^{b_s} \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} dx \quad \text{あるいは} \quad (1-\lambda) \int_{b_s}^b \frac{\partial z}{\partial t} dy = (1-\lambda) H' \frac{\partial b}{\partial t} - q_{Bps} - \int_{b_s}^b \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} dx$$

ここに、 δp_p は $y = b_s$ における δp_p である。これらの式を斜面勾配から N の台形断面に適用すると、

$$(1 - N \frac{h_b}{b}) \frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{\delta p_p}{(1-\lambda)b} - \frac{1}{(1-\lambda)b} \int_0^{b_s} \frac{\partial \delta p_x}{\partial x} dy \quad \text{--- (6)}$$

$$\frac{h_b + H'}{b} \frac{\partial b}{\partial t} = N \frac{h_b}{b} \frac{\partial (h_b + z_b)}{\partial t} + \frac{\delta p_p}{(1-\lambda)b} + \frac{1}{(1-\lambda)b} \int_{b_s}^b \frac{\partial \delta p_x}{\partial x} dy \quad \text{--- (7)}$$

また、 $b_s \div b$ であり、かつ、 $N \partial (h_b + z_b) / \partial t \ll \partial b / \partial t$ の場合には

$$\text{は、} \quad \frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{h_b + H'}{b} \frac{\partial b}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)b} \int_0^b \frac{\partial \delta p_x}{\partial x} dy \quad \text{--- (8)}$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\delta p_p}{(1-\lambda)(h_b + H')} \quad \text{--- (9)}$$

式(8)と(9)には $\partial h_b / \partial t$ が入っていないので計算が非常に簡単になる。さらに、 $\partial \delta p_x / \partial x = 0$ で、勾配と粗度の時間的に変化せず、かつ、 $y = b_s$ において $\tan \theta = h_b / b$ と仮定すると、式(8)、(9)および式(5)より

$$\frac{db_*}{dt} = b_*^{-\frac{2}{3}(m+1)} \left(\frac{1 - a_c b_*^{\frac{2}{3}}}{1 - a_c} \right)^m \quad \text{--- (10)}$$

ここに、 $a_c = (u_{*c} / u_{*0})^2$ 、 $b_* = b / b_0$ 、 $\tau = \delta p_p / ((1-\lambda)b_0(h_b + H'))$ 添字 0 は時刻 $t=0$ における値である。

4. 計算値と実験値の比較

$\tan \theta = h_b / b$ とし、前報と同様 $K=2.7$ 、 $m=1$ とし式(5)より計算した δp_p と、 $\partial b / \partial t$ の実験値を用いて式(9)より計算した δp_p と比較すると図-4 のようである。また、式(10)において $m=1$ とし積分した式

$$\tau = 3(1 - a_c) \left\{ \frac{1 - b_*^{\frac{2}{3}}}{5a_c} + \frac{1 - b_*}{3a_c^{\frac{1}{2}}} + \frac{1 - b_*^{\frac{1}{2}}}{a_c^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2a_c^{\frac{1}{2}}} \log \left(\frac{1 + \sqrt{a_c} b_*^{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt{a_c} b_*^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1 - \sqrt{a_c}}{1 + \sqrt{a_c}} \right) \right\} \quad \text{--- (11)}$$

による計算値と中流部における b の実験値と比較したものが図-6 である。さらに、式(8)、(9)と不等流の式を併用して計算結果と実験結果と比較すると図-6 のようである。いずれも、計算値と実験値はよく一致している。

参考文献

- 1) 平野京夫・田中新一・北畠清仁：松幅を伴う流路変動，西部支部研究発表会論文集(昭46.2)

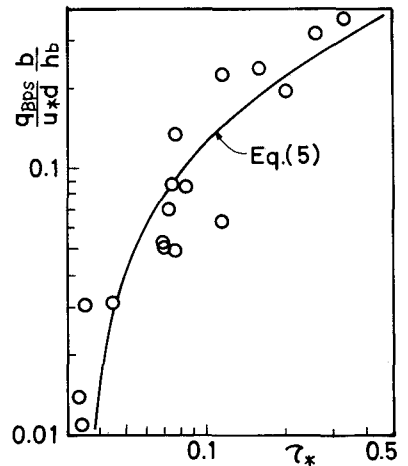


図-4

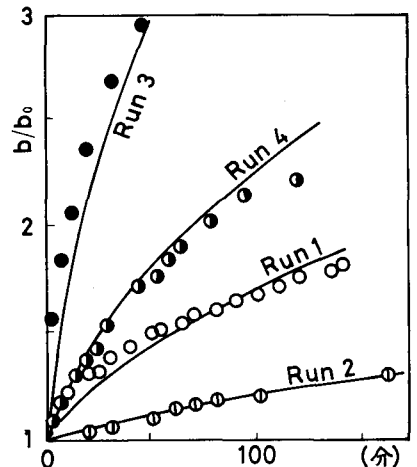


図-5

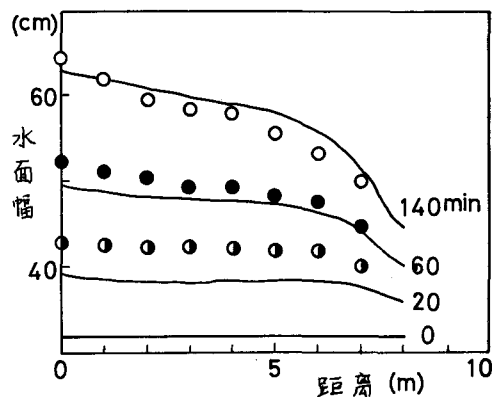


図-6