

九州大学 学生員 小松 利光

〃 〃 〇石屋 慶一

〃 〃 石賀 精一

最近開水路乱流における乱れの強度が測定され、今本などでは乱れエネルギーの拡散を無視して次元解析的に乱流特性の表示を試みている。しかし、管路開水路流れにおいて拡散が重要な役割を果たすことは既に栗原教授によって指摘されているのでここでは開水路等流の式、乱れエネルギーの式及び Reynolds 応力輸送式に基づいて、乱れの強度 C_0 、Taylor の micro scale λ 、混合距離 λ の水深方向の分布を導いて今迄の実験結果と比較検討してみた。また河床に粗度をつけた実験を行なったのであわせて報告しておく。

① 基礎式

等流状態の流れを扱うものとして x 方向の運動方程式、乱れエネルギーの式、Reynolds 応力輸送式はそれぞれ

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial y} + \sigma = 0 \dots (1) \quad 2 \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial y} - D_i - \frac{d}{dy} (\overline{v'c}) = 0 \dots (2)$$

$$-\overline{v'c} \frac{\partial \sigma}{\partial y} - D_i - \frac{d}{dy} (\overline{v'c'v'}) = 0 \dots (3)$$

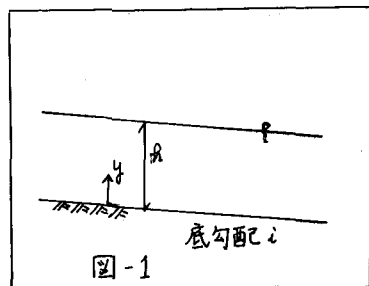


図-1

ここで、 D_i : 乱れエネルギーの dissipation, $c^2 = \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}$, D_i : Reynolds 応力の dissipation

(1) 式で $\sigma = \frac{C_0}{\lambda}$ とし積分すると、 $\tau = \rho \kappa_e \frac{\partial \sigma}{\partial y}$, κ_e : 渦動粘性係数, $\kappa_e = \frac{1}{3} C_0 \lambda_0$ (λ_0 は乱れの強度と混合距離)。して (1) 式は $C_0 \lambda_0 \frac{\partial \sigma}{\partial y} = 3 \kappa_e (1 - \eta) \dots (4)$

粘性速散効果は乱れが等方性に近い乱流状態であるとして、 $D_i = \frac{10}{\lambda^2} C^2$ (λ : Taylor の micro scale), 乱れエネルギーの拡散係数を $\kappa_c = \beta_* \kappa_e$ とおくと、乱れエネルギーの式は次式となる。

$$C_0 \lambda_0 \left(\frac{\partial \sigma}{\partial y} \right)^2 - \frac{15}{\lambda^2} \nu C^2 + \frac{1}{2} \beta_* \frac{d}{dy} (C_0 \lambda_0 \frac{dC_0}{dy}) = 0 \dots (5)$$

(3) 式で $\overline{v'c} = \frac{1}{3} C^2$ 、乱れによる $\overline{v'c}$ の拡散係数 $\kappa_c = \delta_* \kappa_e$ とおく。栗原教授によると、Reynolds 応力の

Dissipation $D_i = -\frac{\gamma_*}{3} \frac{\nu}{\lambda^2} C \lambda \frac{\partial \sigma}{\partial y}$ (γ_* は定数で $\gamma_* = 40$) である。従って渦動粘性の式は、

$$C_0 \frac{\partial \sigma}{\partial y} - \gamma_* \frac{\nu}{\lambda^2} C_0 \lambda_0 \frac{\partial \sigma}{\partial y} - \frac{\delta_*}{\lambda} \cdot \kappa_e \frac{d}{dy} (C_0 \lambda_0) = 0 \dots (6)$$

流速分布として開水路流れのほぼ下半分は対数則が成立するので、この分布を仮定するので (4) (5) (6) 式はそれぞれ

$$C_0 \lambda_0 = 2 \kappa_0 \kappa_e \lambda \eta (1 - \eta) \dots (7) \quad \frac{2 \kappa_e^2}{\kappa_0} \frac{1 - \eta}{\eta} - \frac{10 \nu A C^2}{\lambda^2} + \beta_* \kappa_0 \kappa_e \frac{d}{dy} \left\{ \eta (1 - \eta) \frac{dC_0}{dy} \right\} = 0 \dots (8)$$

$$\kappa_e \eta C^2 - 3 \kappa_0 \gamma_* \lambda \eta (1 - \eta) - 3 \kappa_e^2 \delta_* \kappa_e (1 - 2\eta) = 0 \dots (9)$$

(9) 式を用いて λ を消去して (7) 式を代入すると、(8) 式は次式となる。

$$\beta_* \kappa_0 \frac{1}{\kappa_e^2} \frac{d}{dy} \left\{ \eta (1 - \eta) \frac{dC_0}{dy} \right\} + \frac{2}{\kappa_0} \frac{1 - \eta}{\eta} - \frac{10}{3 \gamma_* \kappa_0 \kappa_e} \frac{1}{\eta (1 - \eta)} C^2 + \frac{10 \delta_* \kappa_0}{\gamma_* \kappa_e} \frac{1 - 2\eta}{1 - \eta} C^2 = 0 \dots (10)$$

② C_0 , λ_0 , λ の計算

① 壁面近傍: まず η の比較的小の領域では (10) 式の中 1, 4 項を無視し

$$C_0^2 = \frac{C_0^2}{\lambda^2} = \sqrt{0.6 \gamma_* (1 - \eta)} \dots (11) \quad (\eta = \text{近似解})$$

次に (11) と (10) の 1, 4 項に代入して改めて、 C^2 を求めると

$$C_0^2 = \sqrt{0.6 \gamma_* (1 - \eta)^2 - \frac{3}{10} \frac{\gamma_*}{\beta_*} \left(\gamma_* \beta_* - 10 \delta_* \right) \kappa_e^2 \eta (1 - \eta) (1 - 2\eta)} \dots (12) \quad (\eta = \text{近似解})$$

又、同様に計算を行って、 η の近似解を求めると、

$$\bar{C}_0 = \sqrt{0.6 \gamma_* (1-\eta)^2 + 3 \delta_* \eta_0 \eta (1-2\eta) \left\{ \frac{C_0^2}{C_0^2} \right\} + 0.3 \delta_* \gamma_* \eta_0 \eta^2 (1-\eta) \left\{ \frac{0.6 \gamma_* - A(6\eta-3)}{C_0^2} - \frac{1}{4} \right\} + 1.2 \gamma_* (1-\eta) + A \cdot \frac{(6\eta-6\eta+1)^2}{C_0^2} - 0.15 \delta_* \gamma_* \eta_0^2 \eta (1-\eta) (1-2\eta) \cdot \frac{\{1.2 \gamma_* (1-\eta) + A(6\eta-6\eta+1)\}}{C_0^2} \dots (13)}$$

ここで $A = 0.3 \sqrt{0.6 \gamma_* (\delta_* \delta_* - 10 \delta_*) \eta_0^2}$

Taylor の micro scale : (6)式から $\sqrt{\frac{u_*}{\pi \nu}} \cdot \lambda = 1 / \sqrt{\frac{1}{3 \eta_0 \gamma_*} \frac{1}{\eta(1-\eta)} \frac{C_0^2}{C_0^2} - \frac{\eta_0 \delta_*}{\gamma_*} \frac{1-2\eta}{1-\eta}} \dots (14)$

混合距離 : $\bar{L}_0 = 3 \eta_0 \eta (1-\eta) / C_0 \dots (15)$

④ 壁面から離れるとともに乱れは等方性に近づく流れの上半分では滑動粘性係数はむしろ一定であると考えた方がよい。この領域の速度勾配は

$$\frac{dU}{dy} = 3 \cdot \frac{u_*}{C_0} (1-\eta) \dots (17)$$

$\eta = \eta_0$ で流速分布が対数則と接続させると、 $C_0 = 3 \eta_0 (1-\eta_0) \eta_0 u_*$ となる。これを(17)に代入

$$\frac{dU}{dy} = \frac{1}{\eta_0} \frac{u_*}{\eta_0} \frac{1-\eta}{1-\eta_0} \dots (18)$$

これを(5)に代入して

$$\frac{3 u_* (1-\eta)^2}{\eta_0 (1-\eta_0) \eta_0} - \frac{15 \nu}{C_0^2} C_0^2 + 1.5 \eta_0 (1-\eta_0) \delta_* \eta_0 u_* \frac{d}{dy} \left(\frac{dC_0}{dy} \right) = 0 \dots (19)$$

$\bar{C}_0$ は $0 \leq \eta \leq 0.5$ まで(13)式から求め、 $0.5 \leq \eta \leq 1.0$ では(13)式の $\eta = 0.5$ の値を境界条件として(19)式から数値計算を行なった。なお

Taylor の micro scale : $\sqrt{\frac{u_*}{\pi \nu}} \cdot \lambda = \sqrt{3 \eta_0 (1-\eta_0) \gamma_* \eta_0} / C_0 \dots (19)$

混合距離 : $\bar{L}_0 = 3 \eta_0 (1-\eta_0) \eta_0 / C_0 \dots (20)$

③ 実験

実験水路は幅 40 cm 長さ 15 m で径 1.60 mm (Run1), 1.29 mm (Run2) のラムネ玉を河床に敷きつめ hot-film を用いて乱れを測定した。Data の処理は sampling interval は Run1 で 0.02 sec Run2 で 0.1 sec で Data 個数 Run1 で 2100 個 Run2 で 1100 個で 乱れ強さを $u' = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2}$ で求めた。

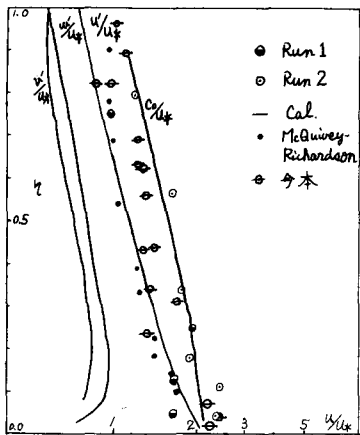


図 2. 乱れ強さ

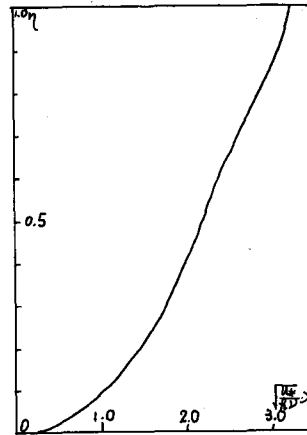


図 3. micro scale

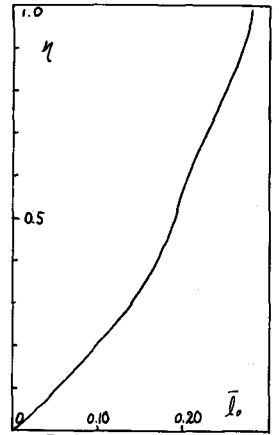


図 4. 混合距離

④ まとめ : 計算値と測定値を比較して、乱れの強度は計算の方が若干小さくなっているが傾向はだいたいあっている。

最後にこの研究は椿教授の指導のもとに行われたものである。