I — 23　　　　SUMT法によるトラス部材の最適設計

長崎大学工学部　正員　小西保則
長崎大学工学部　学生員 ○高橋一博

1、まえがき

近年、とみに発達して来た、オペレーション リサーチの手法を用いて，それを橋梁設計に応用してみようと試みたものである。この非線形の問題を解く手法としては、無制約最小化反復法（Sequence of Unconstrained Minimization Technique，SUMT）を用い，これによってトラス圧縮部材の最適断面を決定しようとするものであります。

2、SUMT法の概要

決定すべき未知数をベクトル x_j ($j=1,2,\cdots,n$) としたとき，その未知数の満足すべき制約条件は，

$$g_i(x_j) \geq 0 \quad (\text{or} \leq) \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,m)$$

と表わされる。次に目的関数は，

$$z = f(x_j) \longrightarrow \min$$

と表わされる。以上の制約条件と目的関数をSUMT変換を行なうと、

$$P(x_j, r_k) = f(x_j) + r_k \sum \frac{1}{g_i(x_j)}$$

となる。この関数を罰金関数（Penalty Function）といい，右辺第２項を罰金項と言う。
この関数の特徴としては，決定すべき未知数がある制約条件上に来たとき即ち，$g_l(x_j)=0$ となったときには，第２項の罰金項が無限大になることから，一応下に凸な関数になると考えられることである。したがって r_k がまだ十分0に近くないときの $P(x_j, r_k)$ のコンターラインの最小値は，最適解からは離れたものとなるが，r_k をじょじょに小さくしてゆくにしたがって，コンターラインで表わされる最小値が Global Optimum Point に近づいてゆくことである。

次に各 r_k の値によるベクトル x_j の最小値を決定する方法としては，最大傾斜法により次のようにして行なう。罰金関数 $P(x_j, r_k)$ のグラディエント

$$\nabla P(x_j, r_k) = \left(\frac{\partial P}{\partial x_1}, \frac{\partial P}{\partial x_2}, \cdots\cdots, \frac{\partial P}{\partial x_n}\right)$$

を求め，x_j^k から x_j^{k+1} へは

$$x_j^{k+1} = x_j^k - \left(\frac{\partial P}{\partial x_j}\right)_{x^k} \Delta t$$

（Δt は進むべき変数の歩みのベクトルである）

で求めることができる。

まず１個の r_k の値に対して $\nabla P(x_j, r_k)=0$ となるベクトル x_j が決定されたならば，次に r_{k+1} の値に対して同様のことをおこなう。ただし，罰金項の係数 $r_{k+1}=r_k/C$ （$C>1.0$） とする。
以上のようにして漸次未知数の値を求めて行くと，未知数が完全な最適解に達した時には $r_k=0$ とならなければならない，すなわち目的関数と罰金関数とが完全に一致することになる。

3、圧縮材の断面決定

トラス圧縮材の断面決定を行なう。

使用鋼材はＳＳ４１とし、長さ５m，圧縮荷重８０ton

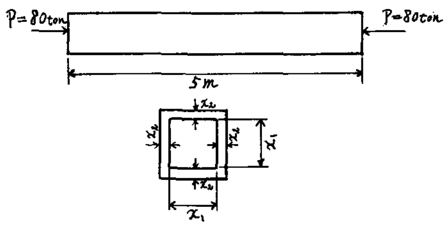
未知数としては，幅 x_1 cm，板厚はすべて一様に x_2 cm とする箱型断面

軸方向許容圧縮応力

$$\sigma_{ca}=1300-0.06\times\left(\frac{l}{r}\right)^2=1300-0.06\times\frac{6\times500^2}{x_1^2+2x_1x_2+2x_2^2}\quad(\mathrm{kg/cm^2})$$

軸方向圧縮応力

$$\sigma_c=\frac{P}{A_g}=\frac{80000}{4(x_1x_2+x_2^2)}\quad(\mathrm{kg/cm^2})$$



制約条件としては

応力制限； $g_1(x_1,x_2)=\dfrac{\sigma_{ca}}{\sigma_c}-1\geqq0$

板厚制限； $g_2(x_2)=x_2-0.8\geqq0$

$g_3(x_1,x_2)=40x_2-x_1\geqq0$

目的関数としては

断面積　； $z=f(x_1,x_2)=x_1x_2+x_2^2\longrightarrow\min$

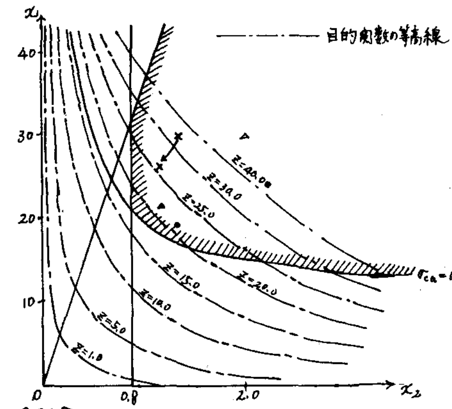
ＳＵＭＴ変換を行なうと

$$P(x_1,x_2,r_k)=f(x_1,x_2)+r_k\left\{\frac{1}{g_1(x_1,x_2)}+\frac{1}{g_2(x_2)}+\frac{1}{g_3(x_1,x_2)}\right\}$$

以上より未知数 x_1,x_2 の決定を行なう。

$r_k=1.0$ の時の $P(x_1,x_2,r_k)$ の極小値を，x_1,x_2 の初期値を変えてみて行なった結果を示すと以下の表のようになる

	r_k	1.0		
初期値	x_1	24.0	30.0	30.0
	x_2	2.0	2.0	1.2
最終値	x_1	18.449	21.831	25.972
	x_2	1.215	1.061	1.005
	z	23.895	24.290	27.125
	P	29.958	30.866	33.741
	$\partial P/\partial x_1$	-0.003	0.496	0.809
	$\partial P/\partial x_2$	0.021	-0.787	-0.574



$r_k=1.0$ とした時の罰金関数の最小値は $P(x_1,x_2,r_k)=29.958$，

そのときの x_1,x_2 の値は $x_1=18.45$，$x_2=1.22$ となると考えられる。次には $r_k=0.1$ とし初期値として $r_k=1.0$ の時の極小値をあたえる x_1,x_2 の値を取ってさらに極小値を求めてゆく。しかし，以下の計算はもっか計算中であります。

4．参考文献

(1) 長　尚：構造物の最適設計　朝倉書店

(2) 日本鋼構造協会　技術委員会　技術資料