

宮崎大学工学部 正員 太田 俊 昭

" 正員 中 沢 隆 雄

" 学生員 〇大津留 哲 矢

" 学生員 西 元 洋 一 郎

I. まえがき 先に、著者らは、歪硬化の影響が著しい軟鋼材について、一樣な正方形および矩形を有する断面を対象に、その弾塑性捩り挙動を歪増分理論により解析し、発表したが、本研究は、これを円管に適用し、解析したものである。その際、差分法による解法と、せん断流による近似解法の2つを試みた。さらに、これらの解析に必要なデータを求めるため、ならびに解析結果と実際の鋼管の捩り挙動と比較するために、鋼管の捩り実験を行ない、一応の成果をえたのでここに報告する。

II. 差分法による解法 図-1のように、一樣断面の円管が、捩りモーメント T を受ける場合を想定する。図-1の記号を用いれば、せん断歪増分 $\dot{\gamma}$ は、一般にゆがみ函数増分 $\dot{\psi}$ を用いて、次のように表わされる²⁾

$$\left. \begin{aligned} \dot{\gamma}_{\theta r} &= \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \theta} + \dot{\omega} r = \dot{\omega} r \\ \dot{\gamma}_{r\theta} &= \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial r} - \dot{\omega} \theta = 0 \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

ここに $\dot{\omega}$ は捩り率増分であり、 $\frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \theta} = 0$ である。

また、ロイスの方程式²⁾より

$$\dot{\gamma}_{\theta r} - \frac{1}{G} \dot{\tau}_{\theta r} = 2\lambda \dot{\tau}_{\theta r} \text{----- (2)}$$

ここに、 G : せん断弾性係数、 $\dot{\tau}_{\theta r}$, $\dot{\tau}_{r\theta}$: 円周方向のせん断応力とその増分、

λ : 正の比例係数

式(1), (2)より、 $\dot{\gamma}_{\theta r}$ を消去すれば、 $\dot{\omega} r = 2\lambda \dot{\tau}_{\theta r} + \frac{1}{G} \dot{\tau}_{\theta r}$

ここで、上式に、 $\dot{\tau}_{\theta r} = -\frac{\partial \phi}{\partial r}$ なる応力函数 ϕ を導入すれば、次式がえられる。

$$-G\dot{\omega}r = 2G\lambda \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \text{----- (3)}$$

さて、対象とする断面の肉厚を等間隔で n 等分し、格子点番号を図-2のように定めたとえど、式(3)を差分表示すれば、次式がえられる。

$$\begin{aligned} & (1 + 2G\alpha_i\lambda_i)\dot{\phi}_i - (1 + 2G\alpha_{i+1}\lambda_{i+1})\dot{\phi}_{i+1} \\ & = G\dot{\omega}r_i - 2G\alpha_i\lambda_i(\dot{\phi}_i - \dot{\phi}_{i+1}), (i=1, 2, \dots, n) \text{----- (4)} \end{aligned}$$

ここに、 $\dot{\phi}_i - \dot{\phi}_{i+1} = \dot{\phi}$, ϕ : 前の荷重段階の応力函数

α_i : 弾性域で0, 塑性域で1なるパラメーター

式(4)を行列表示すれば、 $[A][\dot{\phi}] = G\dot{\omega}[R] + [C]$

ゆえに、 $[\dot{\phi}] = G\dot{\omega}[A]^{-1}[R] + [A]^{-1}[C] \text{----- (5)}$

一方、捩りモーメント増分 $\dot{T}$ は、膜理論により

$$\begin{aligned} \dot{T} &= 2 \int \dot{\phi} r dr d\theta \\ &= 2\pi \alpha_0^2 \dot{\phi}_1 + \sum \pi (\alpha_{i+1}^2 - \alpha_i^2) (\dot{\phi}_i + \dot{\phi}_{i+1}) \text{----- (6)} \end{aligned}$$

式(6)を行列表示すれば、 $\dot{T} = [D][\dot{\phi}] \text{----- (7)}$

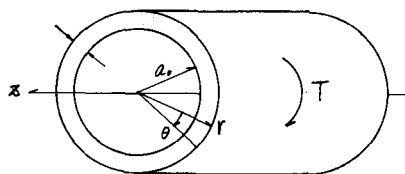


図 - 1

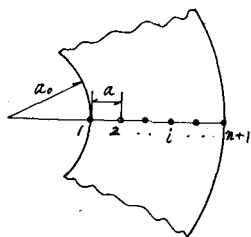


図 - 2

式(5), 式(7)より, [φ]を消去すれば,

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{T} - [D][A][T][C]}{\alpha G [D][A][T][C]} \quad (8)$$

以上より, $\dot{T}$ を与え, その荷重段階における中, $\dot{T}$, $\dot{\omega}$ などを逐次求めたいければ, 振りモーメント T に対応する振り率 $\dot{\omega}$ が求められる。

Ⅲ. セン断流による解法 円管断面の肉厚を t , 断面の中心から肉厚の中心線までを r とすれば 振りモーメント増分 $\dot{T}$ は,

$$\dot{T} = \int \dot{\tau} t r d\theta = 2\pi r^2 \dot{\tau} t \quad (9)$$

また, ロイスの方程式より

$$\dot{\tau} = \frac{1}{G} \dot{T} + 2\dot{T} \dot{\lambda} \quad (10)$$

ただし, $\dot{\lambda} = \frac{3}{2} \frac{1}{H} \frac{\dot{T}}{T}$, H : 硬化率

式(9)の第1式を式(10)に代入して, 変形すれば,

$$\dot{T} = r G \dot{\omega} - 2G \dot{T} \dot{\lambda} \quad (11)$$

式(9), 式(11)より, $\dot{T}$ を消去すれば, 弾性域および塑性域における振り率増分 $\dot{\omega}$ は

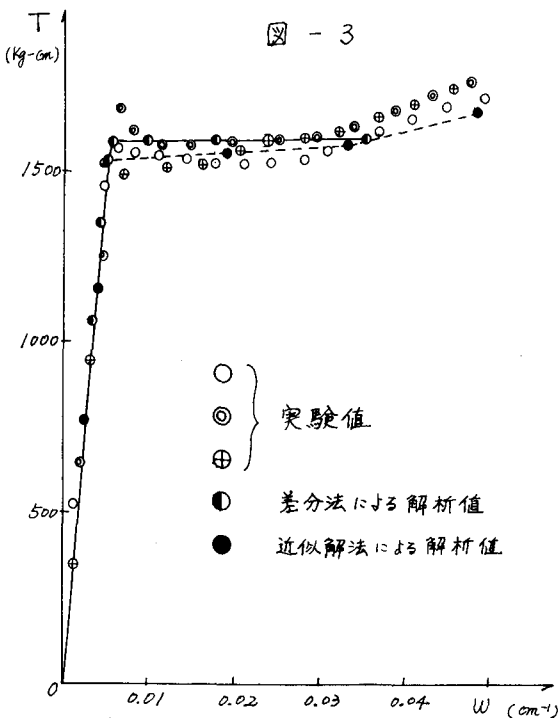
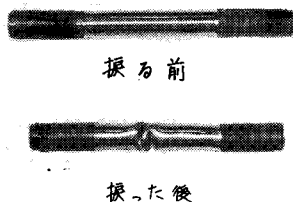
$$\dot{\omega} = \frac{\dot{T}}{2\pi r^2 t G} + 2 \frac{\dot{T}}{r} \dot{\lambda} \quad (12)$$

ここに, 弾性域では, $\dot{\lambda} = 0$, 塑性域では, $\dot{\lambda} = \frac{3}{2} \frac{1}{H} \frac{\dot{T}}{T}$ となる。

Ⅳ. 鋼管の振り実験 SMT型振り試験機

機を使用し, JIS規格(G-3452)の配管用炭素鋼管の振り試験を試みた。試験体(写真)は, 外径20mm, 内径16mm, 厚さ2mm, 長さ100mm, の寸法に製作した。なお, 実験に際しては, 試験機に固定させる試験体の両端部分が, 圧壊しないよう, あらかじめ, 両端部分の内側にアルミニウム棒を充填した。本実験によつてえられた結果の一部を, 図-3に付記する。

Ⅴ. 結語 本研究では, 円管の肉厚の影響を考慮した解法と, これを無視した近似解法とを提示した。著者らが, 行った鋼管の振り実験によれば, 肉厚/外径 = 1/10 の比較的厚肉の鋼管の場合でも, 近似解法で十分な精度がえられることが, 判明した。



<参考文献>

- 1) 太田俊昭, 「一様な断面棒の弾塑性ねじり解析」土木学会論文報告集, 第201号・1972年5月
- 2) 山田嘉昭, 「塑性力学」, 日刊工業新聞社