

宮崎大学工学部 正員 太田 俊 昭  
 " " 〇中 沢 隆 雄  
 " 学生員 石 近 大 道

### 1. まえがき

鋼管は、比較的大きな形状係数や、断面性能の無方向性などの優れた力学特性ならびに鋼管に対する溶接技術の確立によって、近年、大型構造物、特に長大アーチ橋、大型鉄塔および杭基礎などに多用されるようになった。

一般にこのような構造物は、その主構成部材に曲げモーメントと捩りモーメントを同時に受ける場合が多く、したがって、その合理的設計を行なうためには、これらの2要素を考慮した弾塑性理論による耐力の算定や、破壊メカニズムを明らかにする必要がある。

本研究は、鋼管の断面に生じる円周方向のせん断応力を一定とみなし、ひずみ増分理論<sup>(1), (2)</sup>を用いて、曲げモーメント-曲率および捩りモーメント-捩り率の関係を解明することとを目的としたもので、最終的に、この関係式を用いて、上記の組み合せ負荷を受ける鋼管構造物の変形特性や、破壊強度を解析せんとするものである。

### 2. 基礎理論

図-1(a)に示す一様な薄肉鋼管部材に、 $x$ 軸まわりの曲げモーメント $M$ と $z$ 軸まわりの捩りモーメント $T$ が作用する場合、せん断応力 $\tau$ 、せん断応力 $\sigma$ および垂直応力 $\sigma$ は、一般に次式で表わされる。

$$\tau = \partial\phi/\partial s + \omega a, \quad \tau = q\tau = q\tau\omega, \quad \sigma = E\varepsilon = E\psi g \quad (1)$$

ここに  $\phi$ : 断面の warping,  $\omega$ : 単位捩り率,

$a$ : 捩り中心からの距離,  $E$ : ヤング率,

$q$ : せん断弾性係数,  $\varepsilon$ : 垂直ひずみ,  $\psi$ : 曲率,  $g(a, \sin\theta)$ : 中立軸からの距離,  $S$ : 断面に沿った円周方向の軸。また、 $M$ および $T$ はそれぞれ、 $M = \int \sigma y dA$ ,  $T = \int \tau a dA$  で与えられ、 $ka^2t$  で無次元化して次式を与える。

$$\bar{M} = 2(1+\nu)\pi\bar{\psi}, \quad \bar{T} = 2\pi\bar{\omega} \quad (2)$$

ここに  $\bar{M} = M/ka^2t$ ,  $\bar{\psi} = qa\psi/k$ ,  $\bar{T} = T/ka^2t$ ,  $\bar{\omega} = qa\omega/k$ ,

$k$ : 降伏応力,  $t$ : 鋼管の内厚,  $\nu$ : ポアソン比,  $dA = at d\theta$ : 微小面積。

次に、断面の一部が塑性域に入った場合、いわゆる弾塑性応力状態についても同様の誘導が可能で、図-1(b)に示す応力状態を参照して、所要の $M$ および $T$ をそれぞれ次式で与えられる。

$$\bar{M} = 2(1+\nu)(\pi + \sin 2\alpha - 2\alpha)\bar{\psi}, \quad \bar{T} = 2\pi\bar{\tau}/k \quad (3)$$

式(3)における $\alpha$ は塑性域を表わすパラメータで、*Mises* の降伏条件式から導かれるが、薄肉鋼管の場合、 $\sigma_x = \sigma_y = 0$ ,  $\sigma_z = \sigma$ ,  $\tau_{yz} = 0$  であり、 $\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 = \tau^2$  とおけば、結局 *Mises* の条件式は次のように簡単化される。

$$\bar{\sigma}^2/3 + \bar{\tau}^2 = 1 \quad \text{ここに} \quad \bar{\sigma} = \sigma/k, \quad \bar{\tau} = \tau/k \quad (4)$$

また、図1(b)および式(1)を参照し、中立軸から塑性域までの長さを  $C$  で表せば、垂直応力  $\bar{\sigma}$  は次のようにえられる。 $\bar{\sigma} = E\psi C/k = 2(1+\nu)\cos\alpha \cdot \bar{\psi}$  ----- (5)

よって  $\alpha$  は、式(3), (4) および (5) を用いて、次のように求められる。

$$\cos\alpha = (1 - T^2/4\pi^2)/\mu\bar{\psi}^2, \quad \mu = 4/3 \cdot (1+\nu)^2$$
 ----- (6)

また、式(2)を用いて弾性限界時の曲げモーメント  $\bar{M}_0$  および捩りモーメント  $\bar{T}_0$  を求め、式(4), (5)を用いて変形すれば、弾性限界時の相互作用曲線式が次のようにえられる。

$$4/3 \cdot \bar{M}_0^2 + \bar{T}_0^2 = 4\pi^2$$
 ----- (7)

さらに、完全塑性に達した時 ( $\alpha = \pi/2$ ) の曲げモーメントを  $\bar{M}_\infty$ 、捩りモーメントを  $\bar{T}_\infty$  とすれば同様に完全塑性時の相互作用曲線式が次の式で求められる。

$$\pi^2/2 \cdot \bar{M}_\infty^2 + \bar{T}_\infty^2 = 4\pi^2$$
 ----- (8)

次に、Reuss の方程式を用いて捩り率の誘導を行なう。周知のように Reuss の方程式は、次の式で与えられる。 $\dot{\epsilon} = 2/3 \dot{\sigma} \lambda + \dot{\sigma}/E$ ,  $\dot{\gamma} = 2\tau \lambda + \dot{\tau}/G = 2\dot{\phi}/5 + \dot{\omega}a$  ----- (9)

ここに、 $\dot{\epsilon}$ : 垂直ひずみ増分,  $\dot{\gamma}$ : せん断ひずみ増分,  $\dot{\sigma}$ : 垂直応力増分,

$\dot{\tau}$ : せん断応力増分,  $\lambda$ : 正の比例定数,  $\dot{\omega}$ : 捩り率増分

warping の用方向  $s$  の全積分が必要であることを考慮すれば、式(9)の第2式より捩り率増分が、次式で求められる。 $\bar{\omega} = \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon} f(\bar{\epsilon})$  ----- (10)

ここに、 $\bar{\omega} = Ga\dot{\omega}/k$ ,  $\bar{\epsilon} = G\lambda$ ,  $f(\bar{\epsilon}) = \int_0^{\bar{\epsilon}} \lambda ds/\pi a$

また、 $\bar{\lambda}$  は式(9)の Reuss の方程式および式(4)の Mises の降伏条件式を用いて、次のように求められる。

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\sigma} \cdot \bar{\epsilon} + 3G/E \cdot \bar{\tau} \bar{\gamma}}{2/3 \bar{\sigma}^2 + 6G/E \cdot \bar{\tau}^2}$$
 ----- (11)

ここに、 $\bar{\epsilon} = G\epsilon/k$ ,  $\bar{\gamma} = G\gamma/k$

### 3. 算例

円管の点対称性および外力 ( $M, T$ ) の対称性を考慮し、4分および8分をそれぞれ等角度5等分、等角度10等分および等高10等分した場合の  $R (= M/T)$  のそれぞれの値に対する  $M-\bar{\psi}$  曲線および  $T-\bar{\omega}$  曲線を図2(a)および(b)に示す。この図から断面の分割数による精度上の誤差は2.1%以内であったことがいってよく、分割数は5等分でも十分であると判明した。

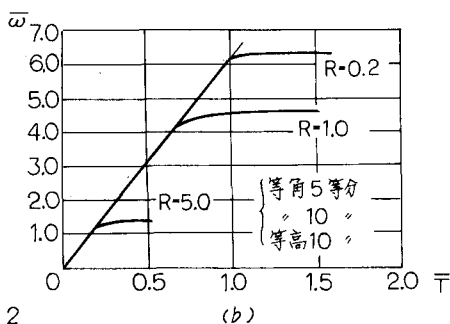
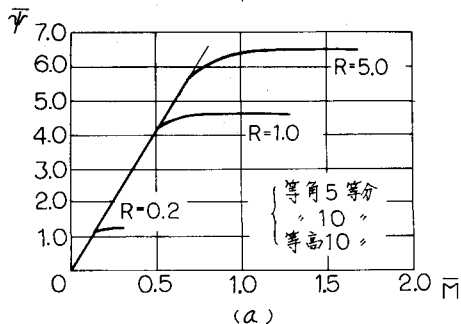


図-2

参考文献 1): R.H.Hill and M.P.L.Siebel: On Combined Bending and Twisting of Thin Tubes in the Plastic Range, Philosophical Magazine, vol XLII, 1951

2) M.C.Steels: The Plastic Bending and Twisting of Square Section Members, Jour. Mech. Phys. Solids, vol 3, 1965