

1. 緒言

現在、合成多主桁橋の設計には荷重の横方向分配を考慮することと常識化し、直橋に関しては直交異方性矩形板理論に基づく Guyon-Massonnet の方法¹⁾、斜橋に関しては或岡氏らの差分法による直交異方性平行四辺形板理論解が著名である。これらの方法は、主桁と床版よりなる合成多主桁橋と等厚直交異方性薄板に置換して解析するものであるゆえ、桁高の低い主桁と多数並列する形式の橋梁においては実用的で、かつ十分な精度を期待できるが、主桁の桁高が高く桁数があまり多くない（したがって、桁間隔が大きい）場合には精度的に検討の余地があると思われる。また本論にて取り扱う斜橋では、直橋と異なり支点近傍のねじり挙動に設計上留意すべきであるが、これに大きな影響をおよぼす支点上のねじり拘束の効果を従来の差分法（板のたわみだけと未知数とする）では解析できない。本論は、A. Ghali²⁾の提唱する二変数差分法（主桁のたわみ、ねじり角と未知数とする）を多主桁合成斜橋の解析に拡張応用して上記問題点を解決し、その精度を検討したものである。

2. 基礎方程式

図-1のごとく、 N 本の主桁（PC桁、RC桁、鋼桁など）とそれに直交する横桁、および床版よりなる合成斜橋を考える。本論は、かかる橋梁を直交異方性板に置換せず、主桁（合成桁）を主構造、横桁と床版を従構造として解析するもので、斜角を φ 、一般に主桁 n と $n+1$ の中心間隔を b_n とする。各主桁のスペンルを間隔 λ で M 等分し、左端から1, 2, 3, ..., $M+1$ の差分点番号を付す。

図-2のごとく主桁 n と床版よりなる微小長さ dx の合成桁を考え、これに作用する外力と内力を次のように定義する。符号は図-2のベクトルの向きを正とする。

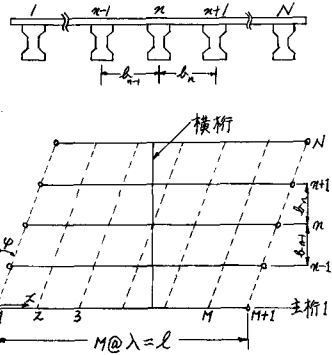


図-1

M_n, T_n, V_n : 合成桁断面の曲げモーメント、ねじりモーメント、せん断力

$m_n, Q_n (m_n, Q_n)$: 主桁 n と $n+1$ （主桁 $n-1$ と n ）の中間における床版単位長さ当りの曲げモーメントおよびせん断力

w_n, t_n : 合成桁単位長さ当りの鉛直荷重強度およびねじりモーメント荷重強度

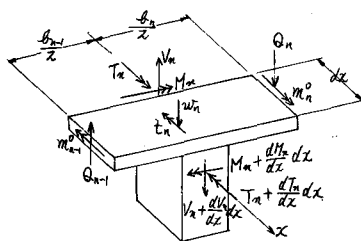


図-2

なお、横桁の曲げモーメントとせん断力は床版のそれらに置換し、横桁のねじりモーメントは無視する。

図-2より、まず、曲げ剛性 EI_n なる合成桁のたわみ曲線 w_n の方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d^4 w_n}{dx^4} = \frac{1}{EI_n} (w_n + Q_n - Q_{n-1}) \quad (1)$$

次に、主桁軸に関するねじりモーメントのつり合いより、

$$\frac{dI_n}{dx} = -t_n - (m_{n-1}' + \frac{1}{2}Q_{n-1}b_{n-1}) + (m_n' - \frac{1}{2}Q_n b_n) \quad (2)_a$$

（かかるに、図-3のごとく、主桁 $n-1, n, n+1$ の位置における床版の単位長当りの端モーメントを (m_{n-1}', m_n') , (m_n, m_{n+1}') とすれば

$$m_{n-1}' + \frac{1}{2}Q_{n-1}b_{n-1} = -m_{n-1}', \quad m_n' - \frac{1}{2}Q_n b_n = m_n$$

が成り立つゆえ式(2)_aは

$$\frac{dI_n}{dx} = -t_n + m_{n-1}' + m_n$$

合成桁 n のねじり角を θ_n , ねじり剛性を GJ_n (G はせん断弾性係数)とすれば

$$T_n = GJ_n \frac{d\theta_n}{dx}$$

であるから、式(2)_aと(3)より次式がえられる。

$$\frac{d^2\theta_n}{dx^2} = -\frac{1}{GJ_n} (t_n - m_{n-1}' - m_n) \quad (4)$$

図-3の単位長当りの床版を部材長 b_{n-1} および b_n の変断面直線材と考えたわけ角式を作れば、

$$\left. \begin{aligned} m_{n-1}' &= S_{n-1} \{ Y_{n-1} \theta_{n-1} + \theta_{n-1} - \frac{(1+Y_{n-1})}{b_{n-1}} (y_n - y_{n-1}) \}, & Q_{n-1} &= -\frac{S_{n-1}(1+Y_{n-1})}{b_{n-1}} \{ \theta_{n-1} + \theta_n - \frac{2}{b_{n-1}} (y_n - y_{n-1}) \} \\ m_n &= S_n \{ \theta_n + Y_n \theta_{n+1} - \frac{(1+Y_n)}{b_n} (y_{n+1} - y_n) \}, & Q_n &= -\frac{S_n(1+Y_n)}{b_n} \{ \theta_n + \theta_{n+1} - \frac{2}{b_n} (y_{n+1} - y_n) \} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上式における記号 S_n, Y_n などの意味は文献(4)と参照されたい。

3. 差分式表示

主桁 n の差分点 i のたわみおよびねじり角をそれぞれ y_i^0, θ_i^0 と表わせば次の差分式がえられる。

$$\frac{d^2 y_i^0}{dx^2} = \frac{1}{\lambda^2} (y_{i+2}^0 - 4y_{i+1}^0 + 6y_i^0 - 4y_{i-1}^0 + y_{i-2}^0), \quad \frac{d^2 \theta_i^0}{dx^2} = \frac{1}{\lambda^2} (\theta_{i+2}^0 - 2\theta_{i+1}^0 + \theta_i^0) \quad (6)$$

式(5), (6)を基礎方程式(1), (4)に代入のうえ整理すれば、 y_i^0 および θ_i^0 ($n=1, 2, 3, \dots, M, \quad i=1, 2, 3, \dots, M+1$) を未知数とする本論の二変数差分法の一般式が次のごとく導かれる。すなわち、

主桁 n の i 点に作用する鉛直荷重 w_i^0 に対する方程式(1)より

$$\left. \begin{aligned} & \text{主桁 } n+1 \\ & \text{主桁 } n \\ & \text{主桁 } n-1 \end{aligned} \right\} = w_i^0 \lambda \quad (7)_a$$

Diagram showing three horizontal beams (main girders) labeled 主桁 $n+1$, 主桁 n , and 主桁 $n-1$. They are connected by vertical members. The horizontal distance between vertical members is λ . The vertical distance between main girders is b . Various coefficients are labeled at the nodes: $-12\lambda C$, $6\lambda b C$, $-4\lambda + 12\lambda C(1-C)$, $6\lambda + 24\lambda C(1-C)$, $-4\lambda + 12\lambda C(1-C)$, $-12\lambda(1-C)$, $-6\lambda b(1-C)$, $-6\lambda b C$.

主桁 n の i 点に作用するねじりモーメント荷重 t_i^0 に対する方程式(4)より

$$\left. \begin{aligned} & \text{主桁 } n+1 \\ & \text{主桁 } n \\ & \text{主桁 } n-1 \end{aligned} \right\} = t_i^0 \lambda \quad (7)_b$$

Diagram showing the same three horizontal beams as in (7)_a. The coefficients are different: $-6\lambda b C$, $\lambda S r C$, $-6\lambda b(1-C)$, $\lambda S r(1-C)$, $-\psi + \lambda S C(1-C)$, $2\psi + 2\lambda S(1-C(1-C))$, $-\psi + \lambda S C(1-C)$, $6\lambda b(1-C)$, $\lambda S r(1-C)$, $\lambda S r C$.

ただし、式(7)_{a, b}は $b_n = b_{n-1}$ の場合を示し、簡単のため各断面諸量の脚字 $n-1$ および n を省略のうえ、 $C = \frac{r}{\lambda} \tan \varphi$, $r = \frac{EI}{\lambda^3}$, $\alpha = \frac{S(1+r)}{b \lambda^2} \lambda$, $\psi = \frac{GJ}{\lambda}$ なる置き換えを行った。各差分点の上、下の値はそれぞれ変数 y および θ の係数と表わす。

4. 境界条件の処理

本法ははり理論を用いるゆえ、直交異方性板理論におけるごとく自由辺の境界条件を用いて imaginary point を消去する操作を一切必要とせず、単に支点における主桁の支持条件のみを考慮すればよい。この取り扱いに差方法に関する多くの文献に既知であり、ここに記述を省略するが、本法によれば板理論では取り扱えない支点のゆじり拘束の影響と容易に考慮できることと特記する。

5. 計算例

図-4 のような合成4主桁斜橋 ($\varphi = 45^\circ$) の模型について主桁を8分割して変形およびたりの解析を行い、同一断面、同一スパンの直橋との比較をも併せて、かかる橋梁の力学的特性を吟味した。材料はアクリル樹脂で弾性係数と $E = 3 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ 、 $G = 1 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ とする。図-5 は主桁端部のゆじり角と拘束した場合 (a) としない場合 (b) の支点 B_2 近傍の主桁ねじりモーメントの影響面と比較したものである。図-6 は端主桁 $A_4 B_4$ の中点における曲げモーメント影響面 (桁端のゆじり無拘束) を示す。図-7 は主桁中点の曲げモーメント影響線と直橋および単純はり理論と比較したものである。図-8 は支点 A_4 の反力影響面、他の支点 A_1, B_1, A_2, B_2 の反力影響線と直橋および単純はり理論と比較して図-9 に示した。表-1 は主桁の差分点の増加による解の収束の様態を直橋について示したものである。

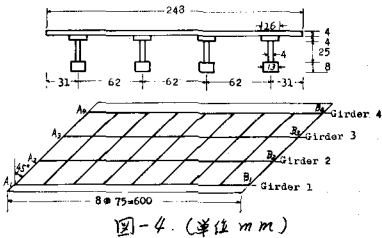


図-4. (単位 mm)

図-8. 支点 A_4 の反力影響面

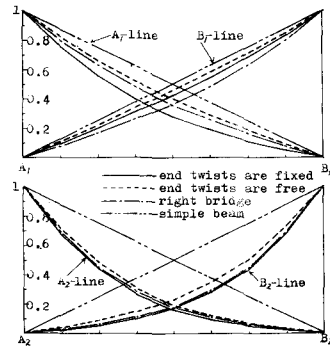
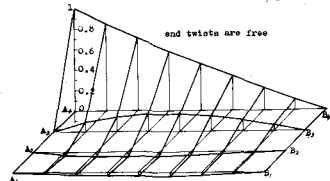


図-9. 支点反力影響線

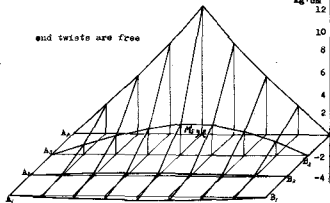


図-6. 端主桁中点曲げモーメントの影響面

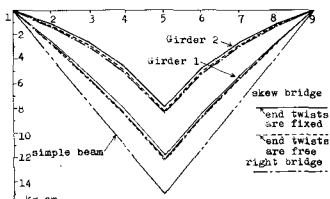


図-7. 主桁中点の曲げモーメント影響線

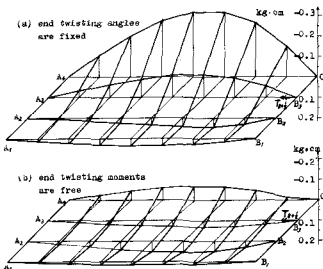


図-5. ねじりモーメント $T_{x/2}$ の影響面

表-1. 分割数の増加による解の収束 (直橋の影響線係数)

載荷点 分割数	主桁1の中点				主桁2の中点			
	4	6	8	10	4	6	8	10
載荷点のたわみ	0.1242	0.1171	0.1145	0.1133	0.0768	0.0727	0.0712	0.0704
載荷点のねじりモーメント	11.9279	12.09	12.15	12.18	7.91	8.27	8.40	8.45
載荷点の反点力	0.3610	0.3613	0.3608	0.3605	0.1890	0.1823	0.1799	0.1788

参考文献 1) 成岡・国広監訳：斜橋と直交異方性板の計算。共立出版、昭和44年12月。

2) M. Naroka and H. Ohmura: On the Analysis of a Skew Girder Bridge by the Theory of Anisotropic Parallelogram Plates. IABSE Publications Vol. 19 1959年。

3) A. Ghali: Analysis of Continuous Skew Concrete Girder Bridges. Proc. of the 1st Int. Symp. on Concrete Bridge Design ACI publication SP-23 4) 村上、吉村：構造力学。コロナ社、昭和32年7月