I —15　　　還元法による多層地盤中のくいの解析

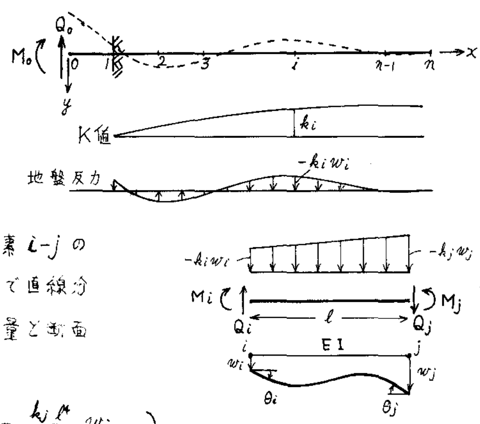
九州大学工学部　正会員　彦坂　熙
日本技術開発KK　正会員　佐竹正行
九州大学工学部　学生員○大沼明彦

1　緒言

静的な横力を受けるくいの挙動を考える場合、一般にChangの方法が用いられるが、これは一様地盤を仮定しているため、横方向地盤反力係数（K値）が深さ方向に一定でない実際の地盤に適用するには平均K値を用いなければならず、K値の分布状態によっては大きな誤差を生ずることになる。[1)] この問題を解決する手法として、くいを細かく分割し分割節点における変形条件および釣合条件より得られる多元連立一次方程式を解く積分定数マトリックス法[2)]やマトリックス剛性法[3,4)]が提案されているが、計算精度を上げるために分割数を多くすれば演算時間が急激に増加し、また剛性法では連続した地盤反力を分割節点に作用する集中力に置き換えるため、分割数が少ない場合には当然誤差を生ずる。ここに提案する解析法は、K値およびくいの曲げ剛性が深さ方向に任意に変化する場合を対象とし、地盤反力の連続分布を考慮のうえ演算時間の著しい減少を可能にするものである。

2　格間行列

図－1のごとく、くい頭を原点にして地盤の深さ方向にx軸、それに垂直方向にy軸をとる。くいをn個の要素に分割し、任意の節点iにおける地盤のK値をk_i，y方向変位，たわみ角，曲げモーメントおよびせん断力をそれぞれw_i, θ_i, M_i, Q_iとする。くいの要素i-jの長さをℓ，曲げ剛性をEIとし、地盤反力をi-j区間で直線分布する外力と考えれば、節点iおよびjにおける変形量と断面力の間には次式が成立する。[5)]



図－1

$$
\left.
\begin{aligned}
w_j &= w_i + \ell\theta_i - \frac{\ell^2}{2EI}M_i - \frac{\ell^3}{6EI}Q_i - \frac{k_i\ell^4}{30EI}w_i - \frac{k_j\ell^4}{120EI}w_j \\
\theta_j &= \theta_i - \frac{\ell}{EI}M_i - \frac{\ell^2}{2EI}Q_i - \frac{k_i\ell^3}{8EI}w_i - \frac{k_j\ell^4}{24EI}w_j \\
M_j &= M_i + \ell Q_i + \frac{k_i\ell^2}{3}w_i + \frac{k_j\ell^2}{6}w_j \\
Q_j &= Q_i + \frac{k_i\ell}{2}w_i + \frac{k_j\ell}{2}w_j
\end{aligned}
\right\}
\qquad (1)
$$

上式の第1式をw_jについて解けば

$$
w_j = \frac{1}{1+\kappa_j}\left\{(1-4\kappa_i)w_i + \ell\theta_i - \frac{\ell^2}{2EI}M_i - \frac{\ell^3}{6EI}Q_i\right\} \qquad (2)
$$

ここに　$\kappa_i = \frac{k_i\ell^4}{120EI}$　,　$\kappa_j = \frac{k_j\ell^4}{120EI}$

式(2)を式(1)の残り3式に代入のうえ行列表示すれば

$$
\mathcal{Y}_j = \mathbb{F}_j\,\mathcal{Y}_i \qquad (3)
$$

ただし　$\mathcal{Y}_j = (w_j\ \theta_j\ M_j\ Q_j)^T$　,　$\mathcal{Y}_i = (w_i\ \theta_i\ M_i\ Q_i)^T$

$$
\mathbb{F}_j = \frac{1}{1+x_j}\begin{pmatrix} 1-4x_i & \ell & -\frac{\ell^2}{2EI} & -\frac{\ell^3}{6EI} \\ -\frac{1}{\ell}\{15x_i+5x_j(1-x_i)\} & 1-4x_j & -\frac{\ell}{EI}(1-\frac{3}{2}x_j) & -\frac{\ell^2}{2EI}(1-\frac{2}{3}x_j) \\ \frac{\ell^2}{6}\{2k_i+k_j(1-2x_i)\} & \frac{k_i\ell^3}{6} & 1-9x_j & \ell(1-\frac{7}{3}x_j) \\ \frac{\ell}{2}\{k_i+k_j(1-3x_i)\} & \frac{k_j\ell^3}{2} & -\frac{30}{\ell}x_j & 1-9x_j \end{pmatrix}
$$

$\mathbb{F}_j$は本論の還元法における格間行列である。本法ではくいの変形量および断面力がすべての節点において連続しており飛躍量がないので格点行列は不要となる。

3　解法

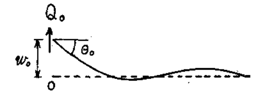
くい頭における始点ベクトルは図-2の2種類を考えればよい。

(i) くい頭自由

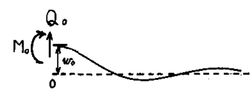
$$
\mathcal{Y}_0 = \begin{Bmatrix} w_0 \\ \theta_0 \\ 0 \\ Q_0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \cdots 未知 \\ \cdots 未知 \\ \cdots 既知 \\ \cdots 既知 \end{matrix}
$$

(ii) くい頭固定

$$
\mathcal{Y}_0 = \begin{Bmatrix} w_0 \\ 0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \cdots 未知 \\ \cdots 既知 \\ \cdots 未知 \\ \cdots 既知 \end{matrix}
$$



くい頭自由



くい頭固定

図－2

また、くい端末の境界条件として次の3種類が考えられる。

(i) ヒンジ　$w_n = M_n = 0$　(ii) 固定　$w_n = \theta_n = 0$　(iii) 自由　$M_n = Q_n = 0$

始点ベクトル$\mathcal{Y}_0$と端末ベクトル$\mathcal{Y}_n$の一次関係式が

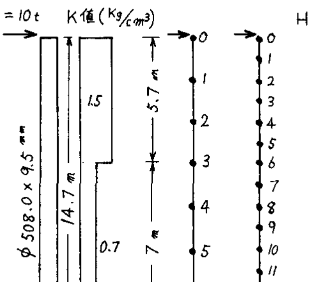
$$
\mathcal{Y}_n = \mathbb{F}_n \mathbb{F}_{n-1} \mathbb{F}_{n-2} \cdots\cdots \mathbb{F}_1 \mathcal{Y}_0 \tag{4}
$$

で与えられ、これを解いて始点ベクトルの2個の未知量が求められれば、残る節点の変形と断面力は式(3)よりすべて算定できる。

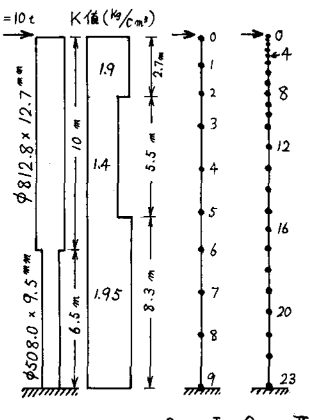
4　計算例

右図のごとく、K値が深さ方向に変化し、水平力10tを受ける頭部自由、端末固定の等断面(算例1)および変断面(算例2)くいについて、分割の粗い場合(Case I)と密な場合(Case II)の解析結果の1例を示せば下表の通りである。( )内は節点番号を示す。詳細は講演当日発表する。

Case	算例 1		算例 2	
	最大たわみ	最大モーメント	最大たわみ	最大モーメント
I	0.967 cm (0)	8.55 tm (1)	0.380 cm (0)	10.81 tm (2)
II	0.984 (0)	8.52 (2)	0.382 (0)	10.76 (8)



図－3　算例1



図－4　算例2

参考文献　1) 日本技術開発KK：基礎構造に関する設計資料の作製報告書．昭和45年11月
2) 渡辺・薄木・井口：変断面杭の曲げ理論と積分定数マトリックスによる解法．日本鋼構造協会第3回大会研究集会マトリックス構造解析講演論文集．昭和44年5月
3) 牟田・山門・大地：マトリックス法による横力を受けるクイの解法．土と基礎．19－3．昭和46年3月
4) 速水：水平地盤変位によるくいの変形および応力の計算．構造物設計資料．No. 27．昭和46年9月
5) R. Kersten: Das Reduktionsverfahren der Baustatik. Springer-Verlag. 1962