

1. まえがき 先に著者らは周辺地山の地盤反力係数が方向により種々異なる場合、トンネル覆工の力学的特性に及ぼす影響があるかについて弾性範囲内で検討し、たとえば水平地盤反力係数を減少させるとモーメントは増加し軸力は減少すること等を明らかにした。つづいて、これをさらに拡張して本報告は支保工および覆工の終局耐力に対する鉛直・水平方向地盤反力係数の影響について究明せんとするものである。

2. 基礎式の誘導 材料非線形および幾何学的非線形問題は変形の全過程を分割し区分的に線形化するいわゆる増分理論により解析することができる。今この段階までの荷重 P に対して平衡状態にある構造要素の部材軸に関して要素端 m を原点とする直交直線座標系 (x_i, z_i) を定める。この段階までの変位を u_i, w_i, θ_i とし、また荷重増分 ΔP に対する変位増分 $\Delta u_i, \Delta w_i, \frac{d\Delta u_i}{dx_i}$ を変形が進行する前段階の部材座標系 (x_i, z_i) の方向成分で表示するものとする。この段階における歪を ϵ_i とすれば

$$\epsilon_i = \frac{du_i}{dx_i} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw_i}{dx_i} \right)^2 - z_i \frac{d^2 w_i}{dx_i^2} \quad (1)$$

ここに z_i は図に軸からの距離である。式(1)より歪増分 $\Delta \epsilon_i$ は

$$\Delta \epsilon_i = \frac{d\Delta u_i}{dx_i} + \frac{d\Delta w_i}{dx_i} \cdot \frac{dw_i}{dx_i} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta w_i}{dx_i} \right)^2 - z_i \frac{d^2 \Delta w_i}{dx_i^2} \quad (2)$$

また構造物の歪エネルギー増分を ΔU_1 とすれば

$$\Delta U_1 = \iiint_{V_e} \left(\sigma_i \Delta \epsilon_i + \frac{1}{2} E \Delta \epsilon_i^2 \right) dV + \iiint_{V_p} \left(\sigma_i \Delta \epsilon_i + \frac{1}{2} E \Delta \epsilon_i^2 \right) dV \quad (3)$$

ここに、 σ_i : この段階までの応力増分の総和、 E : 弾性係数、 E_c : 接線係数、 V_e : 弾性域もしくは塑性域にて除荷の行なわれる領域、 V_p : 塑性域にて負荷の行なわれる領域

つぎに、剛性マトリックスを導くにあたり変位増分を式(4)のように仮定する。式(4)から未定定数 α

$$\begin{Bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta w_i \\ \frac{d\Delta w_i}{dx_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & x_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x_i & z_i^2 & z_i^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_i & 3x_i^2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

が要素両端の変位 Δu_m を用いて書き表わされ、その結果を式(2)に代入すれば歪増分 $\Delta \epsilon_i$ が算定され結局単位中当りの歪エネルギー増分 ΔU_1 が次式のようにえられることになる。

$$\Delta U_1 = \int \left\{ \frac{1}{2} \Delta u_m^T (A^T) \left\{ D_1^T E_1 D_1 - D_1^T E_2 D_2 - D_2^T E_2 D_2 + D_2^T E_3 D_3 \right\} A^T \Delta u_m + \Delta u_m^T (A^T) (F D_1^T - M D_2^T) + \frac{1}{2} F \Delta u_m^T (A^T) D_3^T D_3 A^T \Delta u_m \right\} dz_i \quad (5)$$

ここに、 $E_1 = E(z_1 - z_2) + E_c(z_1 - z_1 + t)$

t : 部材厚

$E_2 = \{E(z_1^2 - z_2^2) + E_c(z_1^2 - z_1^2)\} / 2$

l_m : 部材長

$E_3 = \{E(z_1^3 - z_2^3) + E_c(z_1^3 - z_1^3 + t^3/4)\} / 3$

$D_1 = (0 \ 1 \ 0 \ \frac{dw_i}{dx_i} \ z_i \ \frac{d^2 w_i}{dx_i^2} \ 3x_i \frac{d^2 w_i}{dx_i^2})$

$D_2 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 6x_i)$ $M = \int \sigma_i z_i dz_i$

$D_3 = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2x_i \ 3x_i^2)$ $F = \int \sigma_i dz_i$

z_1, z_2 はこの段階での弾塑性境界で $z_1 \geq z_2$ である。

$$A = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_m & l_m^2 & l_m^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2l_m & 3l_m^2 \end{Bmatrix}$$

T : 転置を示す

$$\begin{aligned} R_m &= \int (A^T) \{ D_1^T E_1 D_1 - D_1^T E_2 D_2 - D_2^T E_2 D_1 + D_2^T E_3 D_2 + F D_3^T D_3 \} A^T dx_i \\ \gamma_m &= \int (A^T) \{ F D_1^T - M D_2^T \} dx_i \quad \text{とおけば } \Delta U_1 \text{ は次式となる。} \end{aligned}$$

$$\Delta U_1 = \frac{1}{2} d_0^T R_m d_0 + d_0^T \gamma_m \quad (6)$$

これを構造物全体について考えれば、歪エネルギー増分の総和 ΔU_{S1} は基準座標系 (X, Z) を用いて

$$\Delta U_{S1} = \frac{1}{2} d_0^T K d_0 + d_0^T R \quad \text{のように求められる。}$$

つぎに、地盤反力が半径方向に作用する場合について考えるものとする。節点 m における基準座標系での変位増分を $\Delta x_m, \Delta z_m$ とし、これによる地盤反力を $\Delta R_m, \Delta P_m$ 、

半径方向と X 軸のなす角を θ_m とすれば、図-2 より

$$\Delta R_m = (-k_v \Delta z_m \sin \theta_m - k_h \Delta x_m \cos \theta_m) l_m \cos \theta_m \quad k_v: \text{鉛直地盤反力係数}$$

$$\Delta P_m = (-k_v \Delta z_m \sin \theta_m - k_h \Delta x_m \cos \theta_m) l_m \sin \theta_m \quad k_h: \text{水平地盤反力係数}$$

従って i 段階までに働いている地盤反力を P 、 k_v, k_h を含む行列を G

とすれば地盤反力による歪エネルギー増分 ΔU_{S2} は $\Delta U_{S2} = \frac{1}{2} d_0^T G d_0 + d_0^T P$

以上より地盤反力を含めた系全体の歪エネルギー増分 ΔU_S は

$$\Delta U_S = \Delta U_{S1} + \Delta U_{S2} = \frac{1}{2} d_0^T K d_0 + d_0^T R + \frac{1}{2} d_0^T G d_0 + d_0^T P \quad (7)$$

i 段階までの荷重を F 、荷重増分を ΔF とすれば系全体のポテンシャルエネルギー増分 $\Delta \Phi$ は

$$\Delta \Phi = \frac{1}{2} d_0^T (K + G) d_0 + d_0^T (R + P) - d_0^T (F + \Delta F) \quad (8)$$

最小ポテンシャルエネルギー原理により変位に関して変分すると本題の剛性方程式が得られ次のように求められることになる。

$$(K + G) d_0 = \{ F - R - P \} + \Delta F \quad (9)$$

3. 算例 具体的な数値計算に当っては円形状の覆工または支保工を想定し、その材料は理想塑性体とみなしうる鋼材を考えることにする。 $R = 3.2m$ 、 $t = 0.15m$ 、 $E = 21 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

σ_y (降伏応力) $= 2300 \text{ kg/cm}^2$ 、図-3は

鉛直方向地盤反力係数 k_v を変化させて (ただし水平方向地盤反力係数 k_h は k_v の 70% としている。) 計算した例であり、

図-4は $k_v = 8.0 \text{ kg/cm}^2$ 、 $k_h = 5.6 \text{ kg/cm}^2$ での破壊時の各断面の弾塑性状態の模様も図示したものである。なお、地盤反力係数と耐力との詳細な関係については目下計算中であり講演時に報告する予定である。計算にあたっては除荷を含めず、また不つりあいの修正も1回だけに限った事を考えれば、本例において算出された耐力はより厳密な解よりもやや大きめに出ているものと思われるが、この事は今後バネ定数の変化などと共にあわせて検討する予定である。

参考文献

藤田 他：構造物の塑性設計 (昭和10) 日本建築学会論文集 126号

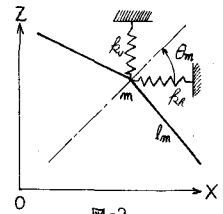


図-2

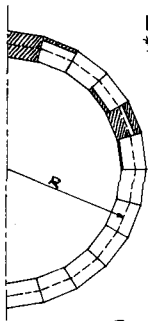


図-4

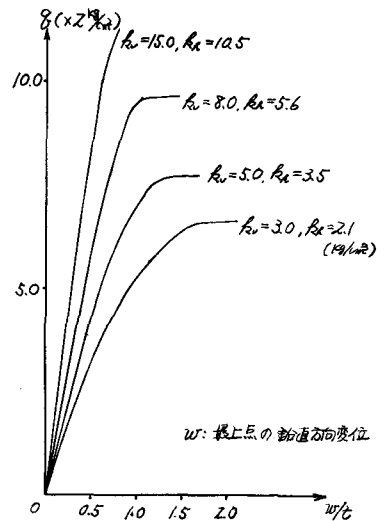


図-3