

熊本大学工学部 正員 〇秋吉 卓

熊本大学工学部 学生員 野中正巳

熊本大学工学部 学生員 吉川善一

1. まえがき 地上空間の狭隘化しつつある大都市地域では、多くの土木構造物が地中あるいは水中に沈設されるような勢にある。最近では水中のトンネルとして沈埋によるものも多く計画・施工されているようであるが、本研究の対象とするトンネルは浮力を利用した浮トンネルである。この浮トンネルは以前より長大橋あるいは長大掘きくトンネルの比較案として検討されたこともあるが、費用の面では相当有利であるにもかかわらず、いまだ実現には至っていない。ここではその耐震性について検討するために、有限要素法による調和振動解析を行った。

2. 力学モデルと解析 水中トンネルは図-1のよ

うに、水面よりある深さのところで静時に鉛合っており、この水平調和振動する系を考える。

この場合、水の圧縮性を無視すると、動水圧 P は二次元領域で次式を満たす。

$$\partial^2 P / \partial x^2 + \partial^2 P / \partial z^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

よって境界条件として

$$\partial P / \partial n + q = 0, \quad (n: \text{媒体の境界外向法線方向}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

とすると、 P は結局次の汎関数 χ を最小にすればよい。

$$\chi = 1/2 \cdot \iint_R [(\partial P / \partial x)^2 + (\partial P / \partial z)^2] dx dz + \int_C q P ds \quad \dots\dots\dots (3)$$

左右の境界 B_L, B_R において区切られた領域を、図-1のように三角形要素に分割すると、図-2のような三角形要素内の動水圧 P は、この節変値 $\{P_i, P_j, P_m\}$ より次式で与えられる。

$$P(x, z) = [N_i, N_j, N_m] \{P\}^e \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $N_i = (a_i + b_i x + c_i z) / 2\Delta$ 、 $\{P\}^e = \begin{Bmatrix} P_i \\ P_j \\ P_m \end{Bmatrix}$ 、 Δ : 三角形の面積、

$$a_i = x_j z_m - x_m z_j, \quad b_i = z_j - z_m, \quad c_i = x_m - x_j.$$

この要素の汎関数を χ^e とすると、式(3)より

$$\begin{aligned} \partial \chi^e / \partial P_i &= \iint_R [\partial P / \partial x \cdot \partial / \partial P_i (\partial P / \partial x) + \partial P / \partial z \cdot \partial / \partial P_i (\partial P / \partial z)] dx dz + \int_C q \partial P / \partial P_i ds \\ &= 1/4\Delta [b_i b_i + c_i c_i, b_i b_j + c_i c_j, b_m b_i + c_m c_i] \{P\}^e + b_i a_i / 2 \cdot (2q_i + q_m) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、式(5)の右辺第2項は辺 im が境界の場合であり、節変 i, m が各々 q_i, q_m である。

したがって要素 ijm の χ^e は、次のようなマトリクス表示となる。

$$\{\partial \chi^e / \partial P\}^e = [R]_e \{P\}^e + \{F\}^e \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $[R]_e$ は要素 ijm の、 $R_{ij} = b_j b_i + c_j c_i + b_m b_i + c_m c_i$ 、

(したがって、領域全体の汎関数 $\chi = \sum \chi^e$ を最小にするためには、 $\partial \chi / \partial P_i = 0$ より

$$[H] \{P\} + \{F\} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

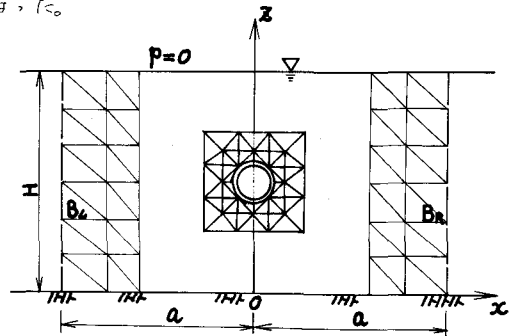


図-1 水中トンネルのモデル

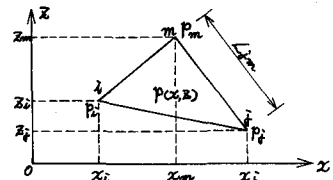


図-2 三角形要素 ijm

ここに、 $H_{ij} = \sum r_{ij}^e$, $F_i = \sum f_i^e$ であって、 $\sum$ は関係する全要素について加える。

3. 境界条件 水中トンネルが水平右方に加速度運動するとき、その

節点加速度を $\{a\}$ とすれば、 $\{g\}$ は次式で与えられる。

$$\{g\} = \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} n_1 & 0 \\ 0 & n_r \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_r \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 n_i はトンネル表面より水中へを正とする方向余弦である。

かくして、式(7)よりトンネル表面に発生する動水圧 $\{p\} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_r \end{Bmatrix}$ は次式となる。

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_r \end{Bmatrix} = -[E_1] \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_r \end{Bmatrix} = \frac{\rho}{6} [E_1][L][n]\{a\} = -[M_0]\{\delta\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

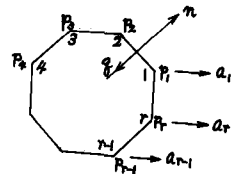


図-3 トンネルの運動

ここに、 $[M_0] = \frac{\rho}{6} [E_1][L][n]$, $[H]^{-1} = \begin{Bmatrix} E_1 & & \\ & \dots & \\ & & E_1 \end{Bmatrix}$, $[n] = \begin{Bmatrix} n_1 & & \\ & \dots & \\ & & n_r \end{Bmatrix}$, $\{a\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_r \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_r \end{Bmatrix}$

$$[L] = \begin{bmatrix} 2(L_{r1}+L_{r2}) & L_{12} & \dots & L_{r1} \\ L_{12} & 2(L_{11}+L_{12}) & \dots & L_{12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{r1} & L_{12} & \dots & 2(L_{r1}+L_{r2}) \end{bmatrix}, \quad L_{i,j} : \text{節点 } i, j \text{ 間の距離.}$$

したがって、圧力による節点力 $\{R\}$ は次式で与えられる。

$$\{R\} = [A][M_0]\{a\} = -[M_p]\{\delta\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $[M_p] = [A][M_0]$, $[A]$: 圧力を節点に割りつけるマトリクス。

ところで図-1において、左右の境界 B_L, B_R で仕切られた有限領域の場合は、動水圧 p の境界条件として、水面で $p=0$ およびその他の側方・水底で $\partial p / \partial n = 0$ として解くことになるが、一方側方の境界のない半無限領域を考える場合は、連続体解析の結果よりの水圧が距離とともに指数的に減少することを考慮した外力を境界に加えることにより、有限領域の問題として取扱うことができる。

そこで三角形要素を2個組合わせた矩形要素とすると

$$p(x, z) = [N_i, N_j, N_m, N_p] \{p\}^e \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $\{p\}^e = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_j \end{Bmatrix}$, $N_i = (1-\frac{x}{a})(1-\frac{z}{b})$, $N_j = \frac{x}{a}(1-\frac{z}{b})$, $N_m = \frac{x}{a}\frac{z}{b}$, $N_p = (1-\frac{x}{a})\frac{z}{b}$

図-4の(b)のような場合の、式(7)の $[H]$ に相当する $[H']$ は

$$[H'] = \frac{\rho}{3b} \begin{bmatrix} 6+a^2(a^2-2b^2) & -6-(4a)^2 & & -6-(4a)^2 \\ -6-(4a)^2 & 12+2a^2(a^2-2b^2) & & -6-(4a)^2 \\ & & -6-(4a)^2 & 12+2a^2(a^2-2b^2) \\ & & -6-(4a)^2 & 6+a^2(a^2-2b^2) \end{bmatrix}, \quad [A] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & & \\ 1 & 4 & & \\ & & 1 & 4 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

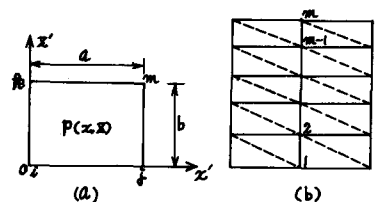


図-4 矩形要素モデル

そこで、 $[H']\{p\} - (\alpha a)^2 [A]\{p\} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$

を満たす固有値 $\{\alpha_i\}$ 、モデルマトリクス $[a] = [\{g_1, g_2, \dots, g_m\}]$ を求めておくと、式(7)の $\{F\}$ にさらに加えるべき外力項 $\{F'\}$ は、 $[a]$ を用いて展開すれば次式のようになる。

$$\{F'\}_R = b/6 \cdot [A][a][\alpha][\beta] = b/6 \cdot [A][a][\alpha][a]^T [A]\{p\}_R = [R]_R \{p\}_R \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 $[a]^T [A][a] = [I]$ とする。同様にして左側境界 B_L においては次式をうる。

$$\{F'\}_L = b/6 \cdot [A][a][\alpha'] [a]^T [A]\{p\}_L = [R]_L \{p\}_L \quad \dots\dots\dots (14)$$

このとき、 $[\alpha] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & & \\ & \alpha_m \end{bmatrix}$: 固有値マトリクス(対角), $[\alpha']$: $[\alpha]$ の負の値。

以上のように、半無限の領域の問題であっても、その有限要素法による定式化が行なわれるならば、解析は着しく簡素になり、見通しもよくなる。数値計算結果等は講演時に述べる予定である。