

九州大学 正 員 小 坪 清 真
九州大学 の 学 生 員 鷗 田 幸

1. すえ書き

地中構造物の複素復元力の評価において、著者らは、円筒座標を用いて、ケーソンに働く復元力を三次元的に解析したが、低サイクル域で実際には適合しない現象を主じた。本論では、無限弾性体中の球の振動における複素復元力を三次元的に解析し、地盤反力係数と、減衰係数を計算し、その周波数特性と寸法効果を求めた。また、上記理論を検証するために、地盤中でケーソンを微小振動させ、弾性域内で側面と底の周波数に対する変化を測定し、地盤反力係数の周波数特性を求めた。

2. 理論

球座標による波動方程式は、次式であらわされる。ここで u, v, w は、座標 r, θ, ϕ 方向の変位。 λ, μ は、ラメの定数である。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - 2\mu \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(w_r \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial w_\theta}{\partial \phi} \right\} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda - 2\mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} - 2\mu \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial w_r}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r w_\theta)}{\partial r} \right\} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Delta}{\partial \phi} - 2\mu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(r w_\theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial w_r}{\partial \phi} \right\} \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{r \sin \theta} \left\{ \frac{\partial(w_r \sin \theta)}{\partial r} + \frac{\partial(r w_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(w_r)}{\partial \phi} \right\} \\ 2w_r &= \frac{1}{r \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (w_r \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \phi} (v r) \right\} \\ 2w_\theta &= \frac{1}{r \sin \theta} \left\{ \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{\partial(w_r \sin \theta)}{\partial r} \right\} \\ 2w_\phi &= \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial(v r)}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\} \end{aligned}$$

I 縦波のみを発生する場合の解

球バウセル微分方程式の解は、 $u = \{A_p h_0^{(2)}(ar) + B_p h_1^{(2)}(ar)\} e^{i\omega t}$ とより横波を除くと

$$u = B_p h_1^{(2)}(ar) e^{i\omega t} \quad \text{ここで } a = \sqrt{\rho/(\lambda + 2\mu)} \cdot \omega, \quad B_p \text{ は、定数} \quad (2)$$

応力の式は、

$$\sigma_r = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{2u}{r} \quad (3)$$

となり $r=r_0$ において $u = a_p e^{i\omega t}$ という境界条件から

$$\sigma_r = \frac{a_p}{h_1^{(2)}(ar_0)} \left\{ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial r} h_1^{(2)}(ar) + \frac{2\lambda}{r} h_1^{(2)}(ar) \right\} e^{i\omega t} = (R_p + i I_p) e^{i\omega t} \quad (4)$$

(4)式から地盤反力係数(k_{rr})と単位面積あたりの減衰係数(C_{rr})は、次の式であらわされる。

$$k_{rr} = R_p/a_p, \quad C_{rr} = I_p/a_p \omega \quad (5)$$

II せん断波のみを発生する場合の解

同様の式を I と同様の方法で解くと

$$w = B_s h_1^{(2)}(\beta r) \sin \theta e^{i\omega t} \quad \text{ここで } \beta = \sqrt{\rho/\mu} \cdot \omega, \quad B_s \text{ は、定数} \quad (6)$$

w が最大となる $\theta = \pi/2$ における w を用いて、又、 $r=r_0$ における境界条件を $w = a_s e^{i\omega t}$ において応力を求めると

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \right) \\ \tau_{r\theta} &= \frac{a_s \mu}{h_1^{(2)}(\beta r_0)} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} h_1^{(2)}(\beta r) - \frac{1}{r} h_1^{(2)}(\beta r) \right\} e^{i\omega t} = (R_s + i I_s) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式から I と同様に、地盤反力係数(k_{rs})と単位面積あたりの減衰係数(C_{rs})は、次の様に計算される。

$$k_{rs} = R_s/a_s, \quad C_{rs} = I_s/a_s \omega \quad (8)$$

3. 計算例

(6)式と(8)式から計算した結果を図1～5に示した。

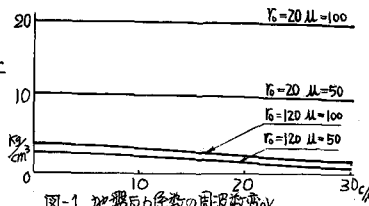


図-1 地盤反力係数の周波数変化

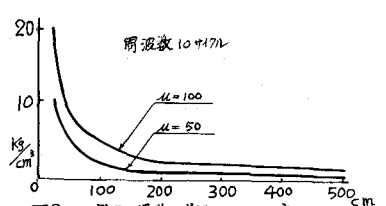


図-2 地盤反力係数の半径(r₀)による変化

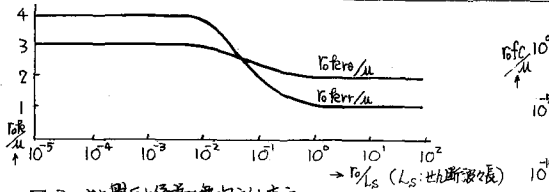


図-3 地盤反力係数の無次元化表示

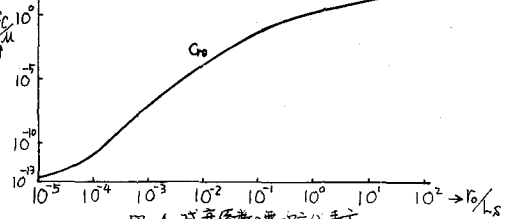


図-4 減衰係数の無次元化表示

4. 実験

①実験方法

実験に用いた原型は、二種類で各々の寸法と計器の配置は図らに示している。実験Ⅰは、鋼管原型、実験Ⅱは、コンクリートケーソンである。加振方法は、

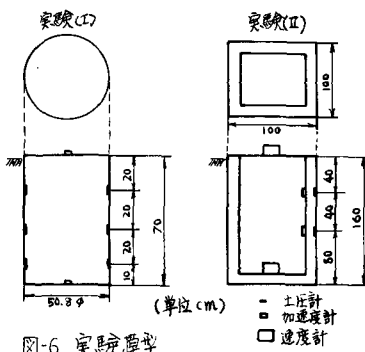


図-6 実験原型

実験Ⅰでは、上面に設置した起振機によって変位一定に保ち土圧を測定した。実験Ⅱでは、大型振動台からのばした加振棒で変位一定に保ち実験Ⅰと同様の測定を行った。

②実験結果

実験Ⅰでは、低サイクル域で起振力が不足し満足な結果は、えられなかったが、実験Ⅱでは、低サイクル域での変化も測定された。図7～8に結果の一例を示す。

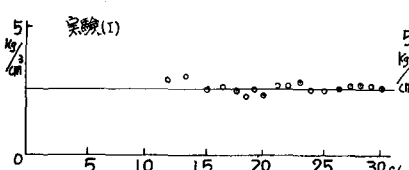


図-7 地盤反力係数の周波数変化

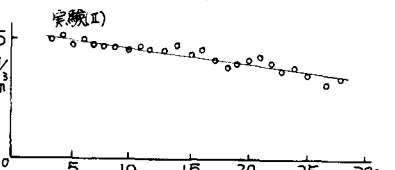


図-8 地盤反力係数の周波数変化

3. おとがき

実験により地盤反力係数は、ケーソンの径が小さい場合には、周波数によってあまり変化せず、又径が大きくなると周波数が増加すれば減少する傾向があらわれた。これは、図1に示す理論値と傾向においていふことがわかる。記録にあらわれた土圧は、地盤反力と減衰力のベクトル和であるから、土圧と変位の位相差を読み取ることでできれば右図の様に地盤反力係数と減衰係数を分離することができ、今回は、位相差φは微小としてR=kで計算した。

