IV-1　航空旅客数のスペクトル解析について

福岡大学　正員　吉田信夫
○学生員　定松　優

1．まえがき

航空旅客数の変動について、これまで3元配置の分散分析による変動要因の抽出[1]、季節変動のパターンを知るための月間変動係数[2]などの算定をとおして考察をおこなってきた。ここでは旅客数の変動を確率過程または確率系列とみなし、その母集団である確率過程（系列）の特性を研究し、また将来の予測を確率論的におこなうことを目的とするが、その前に航空旅客数の特性をしめす指標として自己相関係数、スペクトル密度関数[3]についての検討をこころみたものである。

2．解析法

2－1　自己相関係数

いま、時間（月）に相当する時点を t として、航空旅客数のデータ量を $x_1, x_2, x_3 \cdots x_t \cdots x_N$ とする時、この特性をしめす統計量として、系列平均値、系列分散、自己相関係数がもとまる。

$$\left.\begin{array}{l} \text{系列平均値}\ \bar{x} \equiv \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} x_t \ ,\quad \text{系列分散}\ S^2 \equiv \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(x_t-\bar{x})^2 = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} x_t^2 - \bar{x}^2 \\ \text{自己相関係数}\ \gamma_k \equiv \frac{1}{(N-k)\cdot S_1 S_2}\sum_{t=1}^{N-k}(x_t-\bar{x}_1)(x_{t+k}-\bar{x}_2) \end{array}\right\} \text{——(1)}$$

$$\bar{x}_1 \equiv \frac{1}{(N-k)}\sum_{t=1}^{N-k} x_t ,\quad \bar{x}_2 = \frac{1}{(N-k)}\sum_{t=k+1}^{N} x_t ,\quad S_1^2 \equiv \frac{1}{N-k}\sum_{t=1}^{N-k}(x_t-\bar{x}_1)^2 ,\quad S_2^2 \equiv \frac{1}{N-k}\sum_{t=k+1}^{N}(x_t-\bar{x}_2)^2$$

この γ_k により、k にたいしてプロットしたコレログラムの型から、航空旅客数の系列がまったく任意の偶発的なものか、または周期性が存在するか、存在すればその周期の大きさなどを考察することができる。図－1のAは周期性があり、Bは完全にランダムな場合の γ_k である。

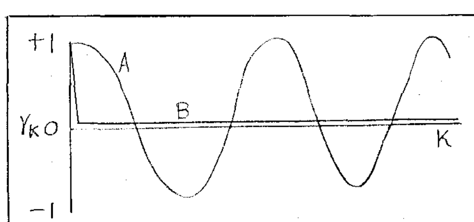
2－2　スペクトル密度関数

時間をパラメーターとする確率変数の系

$$\{X(t);\ t=-\infty \cdots\cdots, 0, 1 \cdots\cdots \infty\}$$

をかんがえこの自己相関関数がラグ τ だけに依存する関数である時にこれを $B(\tau)$ であらわすと，$X(t)$ のスペクトル密度関数 $f(\omega)$ は

$$F(\omega) = \int_0^{\omega} f(\omega)\,d\omega$$



図－1　コレログラム

この $f(\omega)$ をもとめるには

$$B(\tau) = \int_0^{1/2} (\cos 2\pi\omega\tau)\, 2f(\omega)\, d\omega$$

これより $f(\omega)$ は

$$f(\omega) = B(0) + 2\sum_{\tau=1}^{\infty} B(\tau)\cos 2\pi\omega\tau \text{ —————— (2)}$$

航空旅客数などの季節要素を含む経済時系列の場合にはその時系列を生みだした確率過程 $X(t)$ は1年ごとに同じ動きをくりかえす波動（季節波動）と似た変動を含む。この場合に $X(t)$ のスペクト

ル密度関数　$f(\omega)$　は季節波動のもつ周波数のところで鋭い山型をなすはずである。しかし月次系列の場合には、季節波動はかならずしも 12 か月周期の波動だけではなく

$$T_n = 12/n \quad (月)\ (n=1,2,3\cdots)$$

を周期とする波動も季節波動とみなせる。すなわち周波数からいえば　$\omega_n = n/12 \quad (n=1,2\cdots\cdots)$　に相当する。

ところで　$X(t)$　を構成する微少波は、0 から ½（サイクル／単位時間）までの値を周波数にもつものであることが証明されているので、周波数が ½ より大きいものは考えなくてもよいことになる。

図-2　月次系列の場合

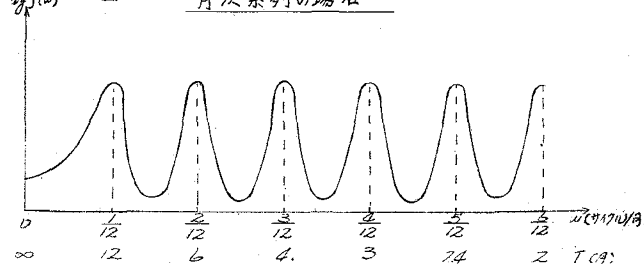
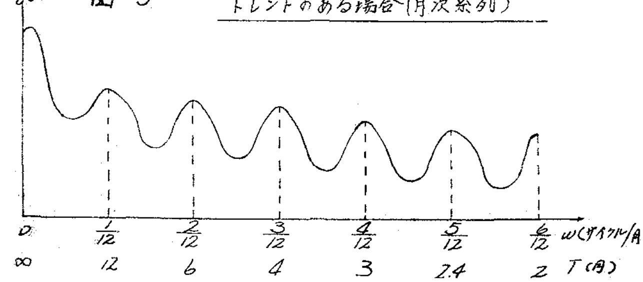


図-3　トレンドのある場合（月次系列）



したがって、季節変動の周波数としては (3)式　周期は (4) 式の値でとればよい。

$$\omega_n = \frac{n}{12} \quad (n=1,2,\cdots\cdots 6) \text{ ——— } (3)$$

$$T_n = \frac{12}{n} \quad (n=1,2,\cdots\cdots 6) \text{ ——— } (4)$$

すなわち　周期でいえば　12ヶ月，6ヶ月，4ヶ月，3ヶ月　2.4ヶ月　2ヶ月の6箇の季節波動となる。低周波の波動をふくまない時は図-2の月次系列のようになればそれぞれの ω のところで変動が卓越していることになる。また　なんらかのトレンドがある場合には ω が0にちかい低周波のところが図-3のように大になる。

3．計算法

空港の路線別の旅客数はトレンドを有しての変動であるから、γ_K, $f(\omega)$ の計算でトレンドを除去することにする。このためにデータ　$X(t)$　をつぎの(5)式のように m次の直交多項式で $Y(t)$ に変換する。

$$Y(t) = a_0 + a_1\phi_1(t) + a_2\phi_2(t) + \cdots\cdots a_m\phi_m(t) + U \text{ ——— } (5)$$

(5)の構造式から残差をもとめる。

残差の　$U = Y - (a_0 + a_1\phi_1(t) + \cdots\cdots + a_m\phi_m(t))$　を電算機のインプット・データとして γ_K, $f(\omega)$ をもとめればよい。各路線別の値については当日のべる。

参考文献

1) 吉田，井久保、　福岡宮崎空港旅客数変動の要因について　土木学会才25回年次学術講演会　S 45. 11
2) 吉田　福岡宮崎空港旅客数の変動解析について　福岡大学工学部集報 才5号　S 45. 5
3) 阿部 也　季節変動調整法　経済企画庁経済研究所　S 46