

九州大学工学部 正 員 井島武士

同 正 員 田淵幹修

同

坂井久雄

同

茂田 遼

まえがき

Fig. 1 のように 半ば浸水した矩形物体に表面波が作用する時、物体によってうける液の変形と、物体に作用する波力を計算し、これらの実験結果の一部を報告する。

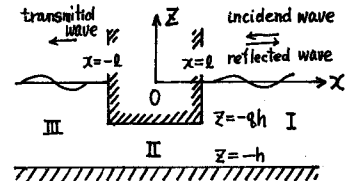


Fig. 1 Definition Sketch

理 論

非圧縮性完全流体の2次元運動として周波数 $\sigma (=2\pi/T; T$ は周期) をもつ微小振幅波による定常運動を考え、座標系は静水面

に原点をとり、水平に x 軸、鉛直上方に z 軸をとる。速度ポテンシャルは $\phi(x, z; t) = \phi(x, z) \cdot e^{i\sigma t}$ とおく。Fig. 1 に示すように一定水深 h の浅海部に幅 $2l$ 、吃水 gh ($1 > g > 0$) の矩形断面をもつ不透水の物体があるとする。流体域は $x = \pm l$ において区分され、領域 I ($x > l$) と領域 II ($x < -l$) においては速度ポテンシャル ϕ_1 および ϕ_2 に対して水面と水底条件はそれぞれ

$$z=0 \text{ で } \partial\phi/\partial z = \sigma^2 \phi/g, \quad z=-h \text{ で } \partial\phi/\partial z = 0 \quad (1)$$

となり、領域 II ($x < -l$) では速度ポテンシャル ϕ_2 に対して

$$z=-gh \text{ および } z=-h \text{ で } \partial\phi/\partial z = 0 \quad (2)$$

である。ゆえに速度ポテンシャルは上の条件を満足する Laplace の方程式

$$\partial^2\phi/\partial x^2 + \partial^2\phi/\partial z^2 = 0 \quad (3)$$

の解としてそれぞれ次のように表わすことができる。

$$\phi_1(x, z) = \left\{ A e^{ik(x-l)} + B e^{-ik(x-l)} \right\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-k_n(x-l)} \frac{\cosh k_n(z+h)}{\cosh k_n h} \quad (4)$$

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(D_n \frac{\cosh \frac{n\pi x}{gh}}{\cosh \frac{n\pi l}{gh}} + E_n \frac{\sinh \frac{n\pi x}{gh}}{\sinh \frac{n\pi l}{gh}} \right) \cos \frac{n\pi(z+gh)}{gh} \quad (5)$$

$$\phi_3(x, z) = F e^{ik(x+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n e^{k_n(x+l)} \frac{\cosh k_n(z+h)}{\cosh k_n h} \quad (6)$$

ここで k および k_n は $\sigma^2/g = kh \tanh kh = -k_n h \tanh k_n h$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で決まる固有値である。 A, B, F はそれぞれ入射波、反射波、透過波を、 D_n, E_n は定常波、 C_n, G_n は scattering wave を表わす積分定数で、問題は $x = \pm l$ の境界面における mass flux と energy flux の連続の条件からこれらを定めることになる。 $x = \pm l$ での境界条件は

$$x=l \text{ では } \phi_1 = \phi_2 \quad (-gh > z > -h); \quad \partial\phi_1/\partial x = 0 \quad (0 > z > -gh); \quad = \frac{\partial\phi_2}{\partial x} \quad (-gh > z > -h) \quad (7)$$

$$x=-l \text{ では } \phi_3 = \phi_2 \quad (-gh > z > -h), \quad \partial\phi_3/\partial x = 0 \quad (0 > z > -gh); \quad = \frac{\partial\phi_2}{\partial x} \quad (-gh > z > -h) \quad (8)$$

上式に式(4), (5), (6)を代入し、函数系 $\cosh k(z+h)$, $\cos k_n(z+h)$ が完全直交函数系であることを用いて計算、整理すると(例えば参考文献(1)) D_n/A , E_n/A についての次の連立方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{s=0}^{\infty} \left(a_{or} b_{os} \tanh \frac{sxk}{qh} + i \sum_{m=1}^{\infty} a_{mr} b_{ms} \tanh \frac{sxk}{qh} \right) D_s/A + i \frac{1}{2} D_r/A = i a_{or} \quad (r=0,1,2,\dots) \\ \sum_{s=0}^{\infty} \left(a_{or} b_{os} \coth \frac{sxk}{qh} + i \sum_{m=1}^{\infty} a_{mr} b_{ms} \coth \frac{sxk}{qh} \right) E_s/A + i \frac{1}{2} E_r/A = i a_{or} \quad (r=0,1,2,\dots) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$a_{or} = \frac{1}{1+(r\beta/\lambda_0)^2} \frac{\sinh \lambda_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0}, \quad a_{mr} = \frac{1}{1-(r\beta/\lambda_m)^2} \frac{\sin \lambda_m}{\lambda_m \cos \lambda_m}, \quad b_{or} = \frac{r\beta/\lambda_0}{1+(r\beta/\lambda_0)^2} \frac{\sinh \lambda_0}{\lambda_0 \sinh \lambda_0}, \quad b_{mr} = \frac{r\beta/\lambda_m}{1-(r\beta/\lambda_m)^2} \frac{\sin \lambda_m}{\lambda_m \sin \lambda_m}$$

$$q=1-q, \quad \lambda_0 = kh, \quad \lambda_m = q\lambda_0, \quad \lambda_m = kqh, \quad \lambda_m = q\lambda_m, \quad N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right), \quad N_m = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_m}{\sinh 2\lambda_m} \right).$$

ここで得られた D_r/A , E_r/A を用いて

$$\left. \begin{aligned} B/A &= 1 + i \left[\frac{\sinh \lambda_0}{N_0 \lambda_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{h}{e} \frac{D_0}{A} + \sum_{r=1}^{\infty} b_{or} \left(\tanh \frac{r\beta}{qh} \cdot \frac{D_r}{A} + \coth \frac{r\beta}{qh} \cdot \frac{E_r}{A} \right) \right] \\ F/A &= i \left[-\frac{\sinh \lambda_0}{N_0 \lambda_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{h}{e} \frac{E_0}{A} + \sum_{r=1}^{\infty} b_{or} \left(\tanh \frac{r\beta}{qh} \cdot \frac{D_r}{A} + \coth \frac{r\beta}{qh} \cdot \frac{E_r}{A} \right) \right] \\ G/A &= -\sum_{r=0}^{\infty} b_{mr} \left(\frac{D_r}{A} \tanh \frac{r\beta}{qh} + \frac{E_r}{A} \coth \frac{r\beta}{qh} \right) \\ H/A &= -\sum_{r=0}^{\infty} b_{mr} \left(\frac{D_r}{A} \tanh \frac{r\beta}{qh} - \frac{E_r}{A} \coth \frac{r\beta}{qh} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

よって速度ポテンシャルは決定した。入射波を $\zeta_i = a \cos(kx - \omega t)$ とすると $A = i \frac{a g}{\omega} \cdot e^{ikl}$ である。水面波形は $\zeta(x, t) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} (z=0)$, 変動圧力は $p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$ で与えられるから

(1) 水面波形

$$\begin{aligned} \zeta/a &= \left\{ e^{ik(x-l)} + \frac{B}{A} e^{-ik(x-l)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{G_m}{A} e^{-k_m(x-l)} \right\} e^{i(\omega t + k l)} \quad (x \geq l) \\ \zeta/a &= \left\{ \frac{F}{A} e^{ik(x+l)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{G_m}{A} e^{k_m(x+l)} \right\} e^{i(\omega t + k l)} \quad (x \leq -l) \end{aligned}$$

(2) 反射率と透過率

$$K_r = |B/A|, \quad K_t = |F/A| \quad (11)$$

(3) 物体の底面に沿う圧力分布

$$p/pgah = \left[\frac{D_0}{A} + \frac{E_0}{A} \cdot \frac{x}{e} + \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{E_r}{A} \frac{\cosh r\beta x/qh}{\cosh r\beta l/qh} + \frac{E_r}{A} \frac{\sinh r\beta x/qh}{\sinh r\beta l/qh} \right) \right] e^{i\omega t} \quad (12)$$

全揚圧力

$$P/pgah = \left[D_0/A + \sum_{r=1}^{\infty} D_r/A \cdot \frac{q}{\pi r} \frac{h}{e} \tanh \frac{r\beta}{qh} \right] e^{i\omega t} \quad (13)$$

(4) 鉛直壁面に沿う圧力分布

$$\left. \begin{aligned} P/pgah &= \left[\left(1 + \frac{B}{A} \right) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{G_m}{A} \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \right] e^{i\omega t} \\ \text{全圧力} & \end{aligned} \right\} \quad x=l \quad (14)$$

$$P_{hi}/pgah = \left(1 + \frac{B}{A} \right) \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \lambda_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{G_m}{A} \frac{\sin \lambda_m - \sin \lambda_m}{\lambda_m \cos \lambda_m} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} P/pgah &= \left[\frac{F}{A} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{G_m}{A} \frac{\cos k_m(h+z)}{\cos k_m h} \right] e^{i\omega t} \\ \text{全圧力} & \end{aligned} \right\} \quad x=-l \quad (16)$$

$$P_{hi}/pgah = \frac{F}{A} \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \lambda_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{G_m}{A} \frac{\sin \lambda_m - \sin \lambda_m}{\lambda_m \cos \lambda_m} \quad (17)$$

(5) 物体に作用する水平圧力

$$P_x/pgah = \left(1 + \frac{B}{A} - \frac{F}{A} \right) \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \lambda_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{G_m - G_m}{A} \frac{\sin \lambda_m - \sin \lambda_m}{\lambda_m \cos \lambda_m} \quad (18)$$

計算結果

Fig. 2 に $l/h=1.0$ のときの反射率と透過率の計算結果を示す。○および△は $q=0.4$ のときの反射率と透過率の実験結果である。反射率は $q=1.0$ のときは完全反射となって1であり、 $q=0$ のときもある程度の反射が生じる。反射率は q が大きくなると急激に増大し1に近づくが、この傾向は q が大

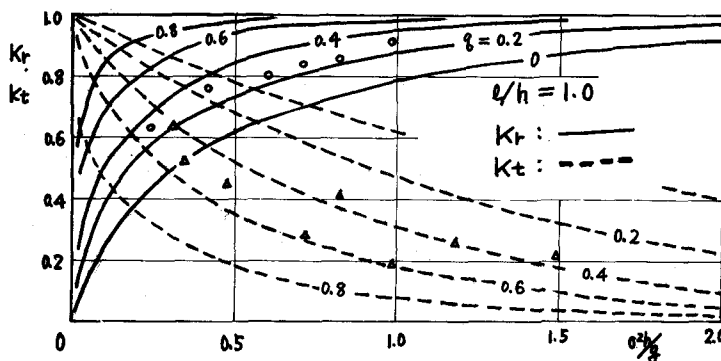


Fig. 2 Reflection and Transmission Coefficient

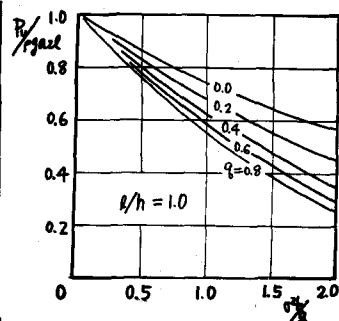


Fig. 3 Averaged Uplift

きい程 また ℓ/h が大きい程大きい。Fig. 3 は揚圧力、Fig. 4、とは水平力を示した。水平力は $x=\ell$ で左方に働く力 $P_{H(L)}$ と $x=-1$ で右方に働く力 $P_{H(R)}$ があり、物体に働く全水平力 P_H はこれらの差で表わされる。 P_H は σ/h が大きい時はほとんど $P_{H(L)}$ に支配され、かつ $P_{H(R)}$ と逆位相になるため $P_{H(L)}$ よりやや大きい値を示すが、 $\sigma/h, q$ 及び σ/g が小さくなる程 $P_{H(R)}$ の影響が大きくなり、 ℓ/h あるいは σ/g が 0 に近づくくと $P_{H(L)}$ と $P_{H(R)}$ の値は近づき P_H は 0 に近づく。Fig. 4 で $q=0.4$ のときの $P_{H(L)}$ の実験値である。

あとがき

この種の構造物は、その幅が波長と同じ程度か大きい時の計算は、特に波力は入射波のみを考慮したりあるいは完全反射として算定する場合が多かったが、今回の計算で実際に近い場合の波力を計算し、また実験でこれを確かめた。物体が自由運動をする場合も、今回求めた波力が強制力として作用するもので、このような浮体の運動についても理論⁽²⁾にひきつづき実験を進めているので次の機会に発表したい。

[参考文献]

- (1) 井島 武士 (1971): “最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用”, 水工学夏季研修会講義集, 土木学会
- (2) 井島 武士, 他 (1971): “矩形断面をもつ浮体の浅湯波による自由運動—1. 理論—”, 第18回海岸工学講演会論文集, 土木学会

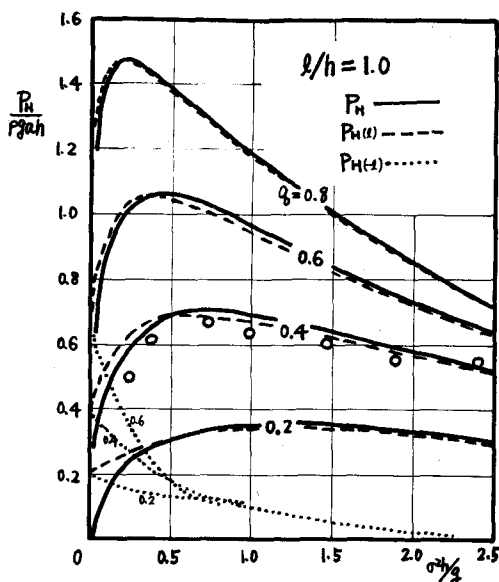


Fig. 4 Horizontal Force

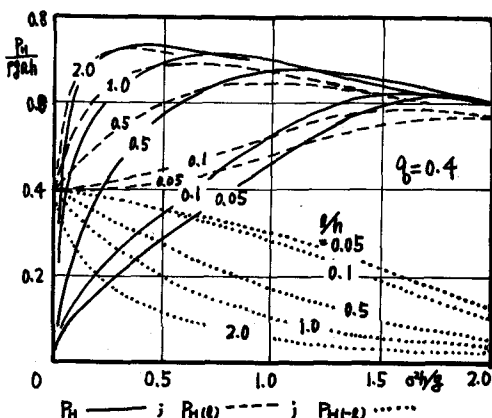


Fig. 5 Horizontal Force ($q=0.4$)