

九州大学 工学部 正会員 上田年比古

同上 正会員 杉尾 哲

1. まえがき

著者等はさきに¹⁾、地表面上に湛水がない均一な透水性の半無限透達領域に、暗きよ内が満水状態の円形集水暗きよがある場合の、暗きよへの流れを解析し、自由地下水面の形状と暗きよ取水量を検討した。本報はこの解析を拡張して、暗きよ内が未満水状態の場合の自由地下水面の形状と暗きよ取水量を検討したものである。

2. Zhukovsky 関数と複素ポテンシャルの式

図-1 の流れに式-1 で定義した Zhukovsky 関数を適用する

$$\theta_1 = \Phi - i\psi, \quad \theta_2 = \psi + i\chi \quad (1)$$

と図-2 の θ 平面がえられ、この θ 平面を図-3、図-4 へと写像を繰返すと次式がえられる。ここに M, C は定数である。

$$\theta = 2M\xi i + M(1-m^2) \cdot \ln(\xi i - 1)/(\xi i + 1) + C \quad (2)$$

これに $\xi = \xi + i\eta$ を代入して実数部と虚数部にわけ、境界条件を満足するように定数を定めて整理すると次式のようになる。

$$\Phi = R_0 y - \frac{Q}{\pi(1-m^2)} \eta + \frac{Q}{4\pi} \ln \frac{\xi^2 + (\eta+1)^2}{\xi^2 + (\eta-1)^2} \quad (3)$$

$$\psi = -R_0 x + \frac{Q}{\pi(1-m^2)} \xi + \frac{Q}{2\pi} \tan^{-1} \frac{2\xi}{\xi^2 + \eta^2 - 1} \quad (4)$$

また、図-4 は無限大領域に流入点 D がある場合のポテンシャル流と同じであるから、複素ポテンシャルの式は

$$W = (Q/2\pi) \cdot \ln(\xi + i)(\xi - i) + \mu \quad (5)$$

で表わされ、実数部と虚数部にわけると

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi} \ln \{ \xi^2 + (\eta-1)^2 \} \{ \xi^2 + (\eta+1)^2 \} + R_0 H E \quad (6)$$

$$\psi = \frac{Q}{2\pi} \tan^{-1} \frac{2\xi\eta}{\xi^2 - \eta^2 + 1} \quad (7)$$

となる。これら式-3, 4, 6, 7 の四式を連立させると、 ξ 平面を媒介として W 平面と θ 平面の対応が付き、これにより図-1 の流れが解けたことになる。

3. 取水量算定式

式-3, 4, 6, 7 に各点の境界条件を与えると、つぎのようになる。

・暗きよ周壁と自由地下水面との交点では $\Phi = R_0 y$, $\psi = Q/2$, $x = \sqrt{r^2 - y^2}$, $\xi = \alpha$, $\eta = 0$ であるから

$$\text{式-4より} \quad \alpha = \left(\frac{Q}{2} - \frac{Q}{2\pi} \tan^{-1} \frac{2\alpha}{\alpha^2 - 1} + R_0 x \right) \frac{(1-m^2)\pi}{Q} \quad (8)$$

$$\text{式-6より} \quad R_0 H E = R_0 y - \frac{Q}{2\pi} \ln(\alpha^2 + 1) \quad (9)$$

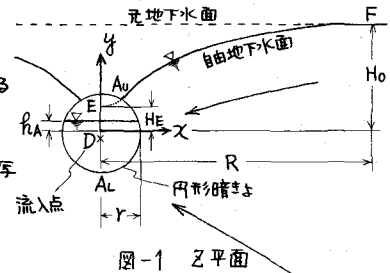
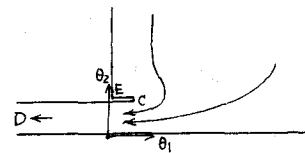
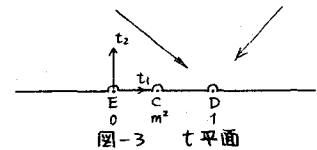
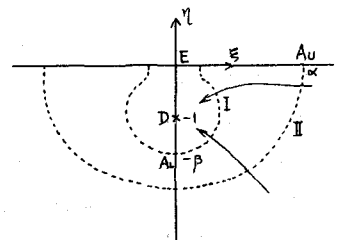


図-1 Z平面

図-2 θ 平面図-3 t 平面図-4 ξ 平面

○暗きよ周壁下端では $\Phi = R_A H_A$, $y = -r$, $\xi = 0$, $\eta = -\beta$ ($\beta > 1$) であるから

$$\text{式-5より} \quad \beta = \sqrt{e^{(R_A H_A - H_E) 2\pi / Q} + 1} \quad (10)$$

$$\text{式-3より} \quad Q = \frac{2\pi R (R_A + r)}{2\beta / (1 - m^2) + \ln(\beta - 1) / (\beta + 1)} \quad (11)$$

○地下水位回復点では $\Phi = R H_0$, $\Psi = Q/2$, $x = R$, $\xi = \xi_0$, $\eta = 0$ であるから

$$\text{式-5より} \quad \xi_0 = \sqrt{e^{(H_0 - H_E) 2\pi / Q} - 1} \quad (12)$$

$$\text{式-4より} \quad R R = \left\{ \tan^{-1} 2\xi_0 / (\xi_0^2 - 1) + 2\xi_0 / (1 - m^2) - \pi \right\} Q / 2\pi \quad (13)$$

これら式-8~13を連立させて解くと、図-4の流入点のまわりの等ポテンシャル線への流入量、すなわちZ平面では図-5の一点鎖線を示すような形状の暗きよへの流入量が求まる。この暗きよ形状の相違にともなう暗きよ取水量の解析誤差は、あらかじめ検討することとして、ここではこの一点鎖線への流入量を内形暗きよの取水量と考えておく。この場合式-8~13が暗きよ取水量の算定式である。

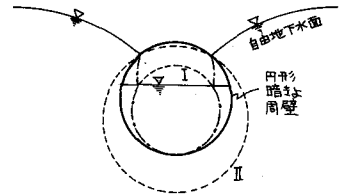


図-5. 暗きよ形状

つぎに自由地下水面の形状は、式-4と式-1, 5に $\eta = 0$,

$\Psi = Q/2$ を代入して整理した次式より求められる。

$$x = \frac{Q}{2\pi R} \left(\frac{2\xi}{1 - m^2} + \tan^{-1} \frac{2\xi}{\xi^2 - 1} - \pi \right) \quad (14)$$

$$y = \frac{Q}{2\pi R} \ln(\xi^2 + 1) + H_E \quad (15)$$

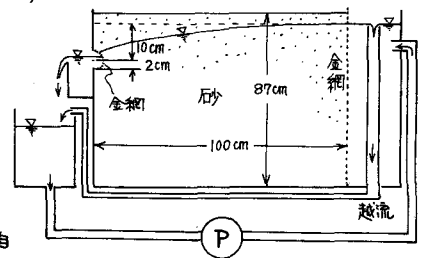


図-6. 実験装置

4. 実験による検討

図-6のような砂モデル実験装置により暗きよ取水量と自由地下水面の形状を求め、解析結果と比較する。

$r/H_0 = 0.2$, $R/H_0 = 10.0$, $R_A/H_0 = 0.05$ の場合に測定した自由地下水面を

解析結果と比較すると図-7のようになる。なおこの実験値は、図-7の図中の●印の各点のポテンシャルを注射針でマノメーターに検出させて求めたものである。

つぎに図-6のモデルにおいて、暗きよ内の水位を $R_A/H_0 = 0.05, 0.10, 0.15$ と変化させて暗きよ取水量を測定し、解析結果と比較すると表-1のようになる。なお計算に用いたRの値は、別に実施した定水頭実験より求められた、図-6のモデルと同程度のつまり具合の試料の透水係数 $k = 0.365 \text{ cm/sec}$ を用いた。ここでききにのべた暗きよ取水量の解析誤差は R_A/H_0 が小さいほど大きく、(しかも近似解は小さい値を与える) とを考慮すれば、解析結果の $Q/R H_0$ が実験値より小さいこと、および自由地下水面の勾配が解析結果の方が小さいことはある程度納得できる。このことより本解析の妥当性がある程度確かめられたと考える。

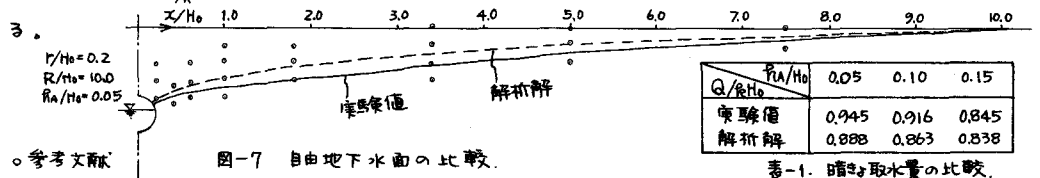


図-7 自由地下水面の比較

○参考文献

- 1) 上田, 杉尾, 神野: 半無限領域内の集水暗きよによる取水量について (自由地下水位のある場合), 昭和44年度西部計測学会論文発表集
- 2) 上田, 杉尾: 水で満たされている内形暗きよの取水量について, 日本学会論文発表集 (投稿中)

R_A/H_0	0.05	0.10	0.15
$Q/R H_0$			
実験値	0.945	0.916	0.845
解析解	0.888	0.863	0.838

表-1. 暗きよ取水量の比較