

九州大学 正 員 橋本 武

〃 学生員 〇宮崎 修

1. まえがき トンネル覆工の解析に際しては、一般にその周辺地山の地盤反力係数をすべての方向に対して一定としている。しかしながら、通常の地山では地盤反力係数に方向性が認められ、とりわけ鉛直方向と水平方向とでその値が大きく異なることは、周知のとおりである。そこで著者らは、周辺地山の力学的性質が方向により種々異なる場合に、覆工の変位および応力にいかなる影響があるかについて研究をすすめるものであるが、本報告はその第一報として、鉛直および水平地盤反力係数の相違が円形覆工の力学的特性にいかなる影響があるかについて解析・検討せんとするものである。

2. 基本式の誘導 覆工の断面として、円形を設定する。また地山は弾性体と仮定し、地盤反力としては、法線方向に作用するものとする。円形アーチに作用する外力の法線方向成分を X 、接線方向成分を Z 、地盤反力を F で表わせば、微小部分のつりあひより次の3式を得る。

$$\left. \begin{aligned} dQ/d\varphi + N + (X+F)R &= 0 \\ dN/d\varphi - Q + ZR &= 0 \\ dM/d\varphi - QR &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

さらに、円形アーチの力と変位の関係から

$$\left. \begin{aligned} N &= EA (du/d\varphi - v)/R \\ M &= -EI (d^2v/d\varphi^2 + du/d\varphi)/R^2 \end{aligned} \right\} (2)$$

また、軸力による接線方向のひずみを無視すれば、 $v = du/d\varphi$ (3)

つぎに、地盤反力は図-2を参照して、鉛直方向地盤反力係数を k_v 、水平方向地盤反力係数を k_h とすれば、

$$F = -v(k_v \cos^2\varphi + k_h \sin^2\varphi) - u(k_v - k_h) \sin\varphi \cos\varphi \quad (4)$$

式(1)、(2)、(3)および式(4)から本題の円形覆工の基礎微分方程式が次のように求められる。

$$d^4u/d\varphi^4 + 2d^2u/d\varphi^2 + (1 + f_v)d^2u/d\varphi^2 + f_u du/d\varphi = R^4 (dX/d\varphi - Z)/EI \quad (5)$$

ここに、 $f_v = R^4(k_v \cos^2\varphi + k_h \sin^2\varphi)/EI$ 、 $f_u = R^4(k_v - k_h) \sin\varphi \cos\varphi/EI$

式(5)を解くにあたり、分割した一つの要素内では、 f_v および f_u が一定であるものとするれば、式(5)の一般解が u を特解として次のように算定される。

$$u = UC + P \quad (6)$$

ここに、(i) $f_v \neq 0$, $f_u \neq 0$ の場合、 $U = [1 \quad e^{i\alpha_1\varphi} \quad e^{i\alpha_2\cos\beta_2\varphi} \quad e^{i\alpha_3\sin\beta_2\varphi} \quad e^{i\alpha_4\cos\beta_3\varphi} \quad e^{i\alpha_5\sin\beta_3\varphi}]$

(ii) $f_v \neq 0$, $f_u = 0$ の場合、 $U = [1 \quad \varphi \quad e^{i\alpha_1\cos\beta_2\varphi} \quad e^{i\alpha_2\sin\beta_2\varphi} \quad e^{i\alpha_3\cos\beta_3\varphi} \quad e^{i\alpha_4\sin\beta_3\varphi}]$

(iii) $f_v = 0$, $f_u = 0$ すなわち非弾性床の場合、 $U = [1 \quad \varphi \quad \cos\varphi \quad \varphi \cos\varphi \quad \sin\varphi \quad \varphi \sin\varphi]$

C は積分定数で $C^T = [C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad C_4 \quad C_5 \quad C_6]$

また、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は特性方程式の解の実数部、 β_2, β_3 は虚数部を表わす。

さて、微分演算マトリックスを

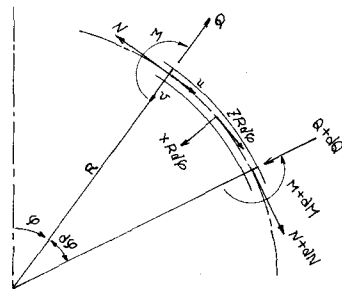


図-1

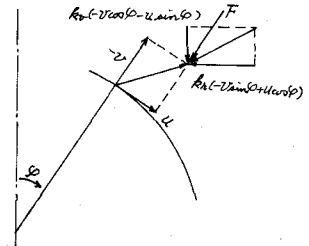


図-2

$$\begin{aligned}
 \text{(i)の場合} \quad D &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & \beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_3 & \alpha_3 \end{pmatrix} & \text{(ii)の場合} \quad D &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & \beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta_2 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_3 & \alpha_3 \end{pmatrix} & \text{(iii)の場合} \quad D &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

のように定義すれば、式(6)の7階微分は、次のように表示できる。

$$u^{(7)} = U D^7 C + P^{(7)} \quad (7)$$

式(7)と、式(1),(2),(3)より変位および断面力を算定すれば、次のように求められる。

$$\begin{cases} u = U C + P, & v = U D C + P^{(1)}, & \theta = U D^2 C / R + P^{(2)} / R \\ M = -EI U (D^3 + D) C / R^2 - EI (P^{(3)} + P^{(1)}) / R^2 \\ Q = -EI U (D^4 + D^2) C / R^3 - EI (P^{(4)} + P^{(2)}) / R^3 \\ N = EI U (D^5 + D^3 + f_v D + f_u) C / R^3 \\ \quad + EI (P^{(5)} + P^{(3)} + f_v P^{(1)} + f_u P - R^3 X / EI) / R^3 \end{cases} \quad (8)$$

つぎに、中心角 ψ の分割要素を考え、図-3のように記号

ならびに符号を定義する。 $u_1 = u(0)$, $u_2 = u(\psi)$, $v_1 = -v(0)$,

$v_2 = -v(\psi)$, $\theta_1 = \theta(0)$, $\theta_2 = \theta(\psi)$, $N_1 = -N(0)$, $N_2 = N(\psi)$,

$Q_1 = Q(0)$, $Q_2 = -Q(\psi)$, $M_1 = M(0)$, $M_2 = -M(\psi)$

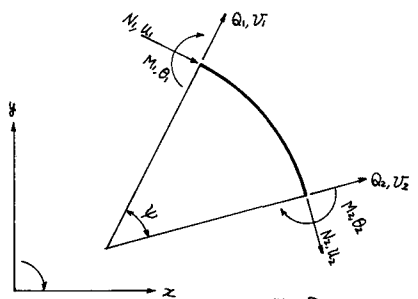


図-3

このとき、要素両端の節点変位と部材力が式(8)よりそれぞれ次のように、得られる。

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} u_1/R \\ v_1/R \\ \theta_1 \\ u_2/R \\ v_2/R \\ \theta_2 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} U(0) \\ -U(0)D \\ U(0)D^2 \\ U(\psi) \\ -U(\psi)D \\ U(\psi)D^2 \end{Bmatrix} C_R + \begin{Bmatrix} P(0) \\ -P^{(1)}(0) \\ P^{(2)}(0) \\ P(\psi) \\ -P^{(1)}(\psi) \\ P^{(2)}(\psi) \end{Bmatrix} \quad (9.1) \\
 \begin{Bmatrix} N_1 R/EI \\ Q_1 R/EI \\ M_1 R/EI \\ N_2 R/EI \\ Q_2 R/EI \\ M_2 R/EI \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} -U(0)(D^5 + D^3 + f_v D + f_u) \\ -U(0)(D^4 + D^2) \\ -U(0)(D^3 + D) \\ U(\psi)(D^5 + D^3 + f_v D + f_u) \\ U(\psi)(D^4 + D^2) \\ U(\psi)(D^3 + D) \end{Bmatrix} C_R \\
 &\quad + \begin{Bmatrix} -P^{(5)}(0) - P^{(3)}(0) - f_v P^{(1)}(0) - f_u P(0) + R^3 X / EI \\ -P^{(4)}(0) - P^{(2)}(0) \\ -P^{(3)}(0) - P^{(1)}(0) \\ P^{(5)}(\psi) + P^{(3)}(\psi) + f_v P^{(1)}(\psi) + f_u P(\psi) - R^3 X / EI \\ P^{(4)}(\psi) + P^{(2)}(\psi) \\ P^{(3)}(\psi) + P^{(1)}(\psi) \end{Bmatrix} \quad (9.2)
 \end{aligned}$$

ここに、 $C_R = C/R$, $P = P/R$

式(9.1), (9.2)をそれぞれ $d = K_d C_R + P_d$, $S = K_S C_R + P_S$ のように一般表示し、両式から C_R を消去すれば、 $S = K d - K P_d + P_S$ ($K = K_S K_d^{-1}$)。--- (10) となり、これが本題の部材要素に関する剛性方程式となる。式(10)を用いれば、鉛直および水平地盤反力係数が種々異なる場合の内形掘工の変形および応力状態が明らかになるが、その演算結果は紙面の都合上割愛し、譲渡時に発表の予定である。

参考文献

結城：掘削の剛性と組方と考慮したシールドセグメントの解析，土木学会論文報告集 176号，1970年4月