

熊本大学工学部 正員 秋吉 卓

1 まえがき 地中に埋設される構造物周辺の地盤の取扱については、その解析の都合上理想化された状態が多いが、元来その成因からして層をなしている場合が多いものである。このことは地震波が下方より入射した際、各層を通過するときの伝播速度が異なり、透過にあらわれて生ぜしめ、層によって変位や歪がかなり異なることになる。深さ方向に伝播速度が一樣に変化する場合の解析については、すでに若干の研究があるが^{(1), (2), (3)}これらはその変化が単調な場合にしか解析解が見出されないもので、あまり一般性はない。しかるに、多層地盤としての解析では、層内は等方均質とすると、伝播速度を意図に変化しうるので、3層くらいの地盤モデルを考えればかなりの場合について検討しうるものと思われる。本研究ではこのような観点より、構造物としては剛な円柱基礎が堅い基礎まで到達しているものとし、その動揺振動について検討を行なったものである。

2 地盤の強制振動 表層地盤の下方より第*i*層における、*z*方向の変位を u_i とすると、強制せん断振動の運動方程式は

$$\rho_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\mu_i + \mu_i' \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} - \rho_i \frac{\partial^2 g(t)}{\partial t^2}, \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots (1)$$

で与えられる。ただし、水平変位のみを考慮するものとし、 $g(t)$ は外力の変位関数であって、 ρ_i, μ_i, μ_i' は各々第*i*層の密度、せん断弾性係数、粘性減衰係数である。このとき各層間は応力・変位ともに連続であるということより、次の境界条件式をうる。

$$\left. \begin{aligned} z=0: & \quad u_1=0 \\ z=H_1: & \quad u_1=u_2, \quad (\mu_1 + \mu_1' \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial u_1}{\partial z} = (\mu_2 + \mu_2' \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial u_2}{\partial z} \\ z=H_1+H_2: & \quad u_2=u_3, \quad (\mu_2 + \mu_2' \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial u_2}{\partial z} = (\mu_3 + \mu_3' \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial u_3}{\partial z} \\ z=H: & \quad (\mu_3 + \mu_3' \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial u_3}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (2)$$

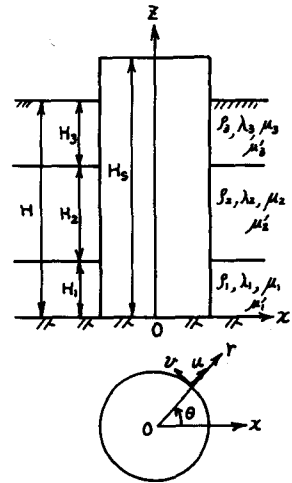


図-1 地盤と構造物のモデル

ところで、地盤の固有振動数 ω_m とその固有関数 $Z_m(z)$ ($i=1, 2, 3$)は、式(1)において $\mu'=0, g(t)=0$ としたものに、式(2)の境界条件を施して、以下のように得られる。

$$Z_m(z) = \begin{cases} Z_m^{(1)}(z) = \frac{1}{\rho_m} \left[C_m^{(1)} \frac{d^{(1)}}{dz} - \frac{V_2}{V_1} \rho_m^{(2)} \frac{d^{(2)}}{dz} \right] \sin k_m^{(1)} z & 0 \leq z \leq H_1 \\ Z_m^{(2)}(z) = C_m^{(2)} \cos k_m^{(2)} (H_1 + H_2 - z) - \frac{V_3}{V_2} \rho_m^{(3)} \sin k_m^{(3)} (H_1 + H_2 - z), & H_1 \leq z \leq H_1 + H_2 \\ Z_m^{(3)}(z) = \cos k_m^{(3)} (H - z), & H_1 + H_2 \leq z \leq H \end{cases} \quad \dots\dots (3)$$

ただし、 $H = H_1 + H_2 + H_3$, $\rho_m^{(i)} = \sin k_m^{(i)} H_i$, $C_m^{(i)} = \cos k_m^{(i)} H_i$, $k_m^{(i)} = \omega_m / V_i$, V_i : 第*i*層の横波速度

この固有関数 $Z_m(z)$ および初期条件 $u_i(z;0) = \partial/\partial t \cdot u_i(z;0)$ のもとに、式(1), (2)を満足する $u_i(z;t)$ は

$$u_i(z;t) = \sum_{m=1}^{\infty} Z_m^{(i)} T_m(t) = \sum_{m=1}^{\infty} Z_m^{(i)}(z) \int_0^t \omega_m(t-\tau) \{ -A_m \ddot{g}(\tau) \} d\tau \quad \dots\dots (4)$$

$$T_m(t) = \int_0^H f(z) Z_m(z) dz / \int_0^H f(z) Z_m^2(z) dz \quad \dots\dots (5)$$

$$w_m(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1-k_m^2} \omega_m} e^{-k_m \omega_m t} \sin(\sqrt{1-k_m^2} \omega_m t), & (k_m < 1) \text{ 又は } \frac{1}{\sqrt{k_m^2-1} \omega_m} e^{-k_m \omega_m t} \sinh(\sqrt{k_m^2-1} \omega_m t), & (k_m \geq 1), (t \geq 0) \\ 0, & (t < 0) \end{cases} \quad (6)$$

これらの式の誘導において、 $\mu'_i/\mu_i = \mu'/\mu = 2k_m \omega_m$ という仮定を用いている。したがって入力 $q(t)$ が定常調和入力 $q(t) = A_0 e^{i\omega t}$ とあるときは容易に次式をうる。

$$u_i(z; t) = A_0 \omega^2 e^{i\omega t} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m}{\xi_m^2} Z_m^{(i)}(z), \quad (i=1, 2, 3), \quad \xi_m^2 = (1 + i\omega \mu'/\mu) \omega_m^2 - \omega^2 \quad (7)$$

3 構造物と周辺地盤との相互作用 円柱状構造物表面で散乱放射される波動に関しては、その動径方向変位 u_i 、周方向変位 v_i は次式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} \rho_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - 2\mu_i \frac{\partial \tilde{w}_r^{(i)}}{r \partial \theta} + 2(\mu_i + \mu'_i \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial \tilde{w}_\theta^{(i)}}{\partial z} \\ \rho_i \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial \Delta}{r \partial \theta} - 2(\mu_i + \mu'_i \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial \tilde{w}_r^{(i)}}{\partial r} + 2\mu_i \frac{\partial \tilde{w}_\theta^{(i)}}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

この式(8)を境界条件式(2)のもとに、入力が $q(t) = A_0 e^{i\omega t}$ なる定常の場合、構造物が振動中に受ける側圧 $p_i(z; t)$ は以下のように書き表わされる。

$$p_i(z; t) = -\rho_i \pi a^2 \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m^2 \Delta_m^{(i)} \frac{1}{f_m} [E_m - \frac{A_0 \omega^2 I_m}{\xi_m^2}] Z_m^{(i)}(z) \cdot e^{i\omega t} \quad (9)$$

ここに、 $E_m = \int_0^H f(z) \Delta_m(z) \eta(z) dz$, ($\eta(z)$: 構造物の水平変位), $I_m = \int_0^H f(z) Z_m(z) dz$

$$\Delta_m^{(i)} = \left\{ \frac{k_0(k_{ia})}{k_i(k_{ia})/k_{ia}} + \frac{k_0(k_{ia})}{k_i(k_{ia})/k_{ia}} + 4 \right\} / \left\{ \frac{k_0(k_{ia})}{k_i(k_{ia})/k_{ia}} + \frac{k_0(k_{ia})}{k_i(k_{ia})/k_{ia}} + \frac{k_0(k_{ia})}{k_i(k_{ia})/k_{ia}} + \frac{k_0(k_{ia})}{k_i(k_{ia})/k_{ia}} \right\} \quad (10)$$

先に発表した不均質地盤の場合と参照すると³⁾ 構造物の動揺振動回転角 $\varphi = \varphi_0(\omega) \exp(i\omega t)$ に対して

$$\varphi_0(\omega) = \frac{\frac{H a}{i \omega_0} + \frac{1}{H} \left(\frac{\omega_0}{a_0} \right)^2 \chi(q_1 + i q_2)}{\left(\frac{\omega_0}{a_0} \right)^2 + 2i k_s \frac{\omega_0}{\omega_0} \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{a_0} \right)^2 \chi(f_1 + i f_2)} A_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \quad (11)$$

と表わすことができる。ここに、 $k_{ia} = V_i/U_i \cdot k_{ia}$, $k_{ia} = \pi a / 2H \cdot V_0 / V_i \cdot \xi_m^{*2}$, $\xi_m^* = \xi_m / \omega_0$, $a_0 = \pi / 2H \cdot V_0$, U_i, V_i : 第 i 層の縦波・横波の伝播速度

4 数値計算結果とその考察

図-2は数値計算結果の一例であるが、上図は地盤変位 u 、下図は震動圧の絶対値で、その共振変位近の分布を示したものである。3層のうち上下層が軟い地盤変位は全般的に大きくなるが、その震動圧は中間層のもののみが有効ではなく、また中間層のみが軟い地盤では、地盤変位と震動圧は上層の部分で極端に大きくなることを示しているが、一様地盤では地盤変位の大きい割には、震動圧はそれほど大きくはない。

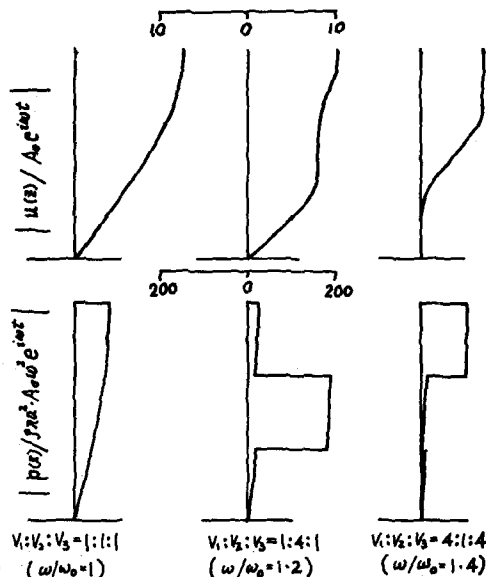


図-2 地盤変位と震動圧の分布

1) 編入・小坪: 日本地震工学シンポジウム(1966)講演集, 2) 土坂: 第3回日本地震工学シンポジウム(1970)講演集, 3) 秋田: 昭和46年度第4回地震工学シンポジウム講演集。