I－18　　地中構造物への地盤係数の寸法効果

九大　正員　小坪清真
九工大　正員　高西照彦
九大　学生員　○中尾吉宏

## 1．まえがき

本論文は地震時における地中構造物と地盤の相互作用の一環として，主に地盤反力，地盤反力係数について論じたものである。基礎を地盤に比して剛な構造物とし，基礎と地盤は一体に応答するものとして弾性論的に解析を行った。数値計算法として円筒座標の波動方程式を差分法の境界値問題におきかえて計算を行った。

## 2．基礎運動方程式

地盤を半無限弾性体と考えると，波動方程式は円筒座標$(r, \theta, z)$を用いて次の様に表わせる。ここで各方向の変位を$u, v, w$とし，ラーメの定数を$\lambda, \mu$で表わす。

$$
\left.
\begin{aligned}
&\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda+2\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial r} - \frac{2\mu}{r}\frac{\partial\omega_z}{\partial\theta} + 2\mu\frac{\partial\omega_\theta}{\partial z}\\
&\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda+2\mu)\frac{1}{r}\frac{\partial\Delta}{\partial\theta} - 2\mu\frac{\partial\omega_r}{\partial z} + 2\mu\frac{\partial\omega_z}{\partial r}\\
&\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda+2\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial z} - \frac{2\mu}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\omega_\theta) + \frac{2\mu}{r}\frac{\partial\omega_r}{\partial\theta}\\
&\text{但し．}\quad \Delta = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta} + \frac{\partial w}{\partial z}\ ,\quad 2\omega_r = \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial\theta} - \frac{\partial v}{\partial z}\\
&\qquad 2\omega_\theta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}\ ,\quad 2\omega_z = \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta}
\end{aligned}
\right\}\quad (1)
$$

又応力の式は同様に

$$
\left.
\begin{aligned}
&\sigma_r = \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + 2\mu\frac{\partial u}{\partial r}\\
&\sigma_\theta = \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + 2\mu\left(\frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta}\right)\\
&\sigma_z = \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z}\\
&\tau_{r\theta} = \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}\right)\ ,\quad \tau_{\theta z} = \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial\theta} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)\\
&\tau_{zr} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)
\end{aligned}
\right\}\quad (2)
$$

## 3．計算法

半無限の地盤に，ある深さの根入れを有する剛体の振動を図-1.の様に考える．(1)式において上下動(a)は$\theta$軸に関して対称であり，水平動(b)，回転(c)は変位が$(z, r)$の関数と$\theta$の関数の積で表わせるので$\theta$を分離することができる。(2)式を差分表示により差分方程式になおす。$r$軸方向の格子番号を$i$，$z$軸方向の格子番号を$k$で表わし差分間隔をそれぞれ$h, \ell$と表わす。ここで$\lambda = \mu$としている。

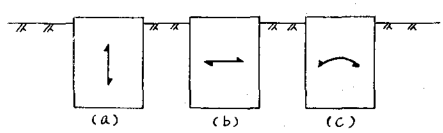


図-1. 剛体の動き

$$
\left.
\begin{aligned}
&\circ\ \text{上下動}\quad \text{側面}\quad \tau_{rz} = \frac{\mu}{h}\left\{w_{(i+1,k)} - w_{(i,k)} + \frac{h}{\ell}\left(u_{(i,k+1)} - u_{(i,k)}\right)\right\}\\
&\qquad\qquad\quad\ \text{底面}\quad \sigma_z = \frac{\mu}{h}\left\{u_{(i+1,k)} + \left(\frac{h}{r} - 1\right)u_{(i,k)} + 3\frac{h}{\ell}\left(w_{(i,k+1)} - w_{(i,k)}\right)\right\}\\
&\circ\ \text{水平動}\quad \text{側面}\quad \sigma_r = \frac{\mu}{h}\left\{3.0\left(U_{(i+1,k)} - U_{(i,k)}\right) + \frac{h}{r}\left(U_{(i,k)} + V_{(i,k)}\right) + \frac{h}{\ell}\left(W_{(i,k+1)} - W_{(i,k)}\right)\right\}\cos\theta\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\ \tau_{r\theta} = \frac{\mu}{h}\left\{-\frac{h}{r}\left(U_{(i,k)} + V_{(i,k)}\right) + \left(V_{(i+1,k)} - V_{(i,k)}\right)\right\}\sin\theta
\end{aligned}
\right\}\quad (3)
$$

底面　$\tau_{zr}=\frac{\mu}{h}\left\{W_{(i+1,k)}-W_{(i,k)}+\frac{h}{\ell}\left(U_{(i,k+1)}-U_{(i,k)}\right)\right\}\cos\theta$

$\tau_{z\theta}=\frac{\mu}{h}\left\{-\frac{h}{r}W_{(i,k)}+\frac{h}{\ell}\left(V_{(i,k+1)}-V_{(i,k)}\right)\right\}\sin\theta$

計算を進めるに当り，次の仮定および計算法を採用した。

仮定：　(イ)基礎は地盤に比して剛なものとする。

(ロ)基礎と地盤は一体として動く。

(ハ)ポアソン比 $\nu=0.25$，すなはち $\lambda=\mu$ とする。

(ニ)慣性項は無視し静定とする。

計算法：(1)領域は半無限とすべきであるが，ここでは基礎半径の10倍とする。

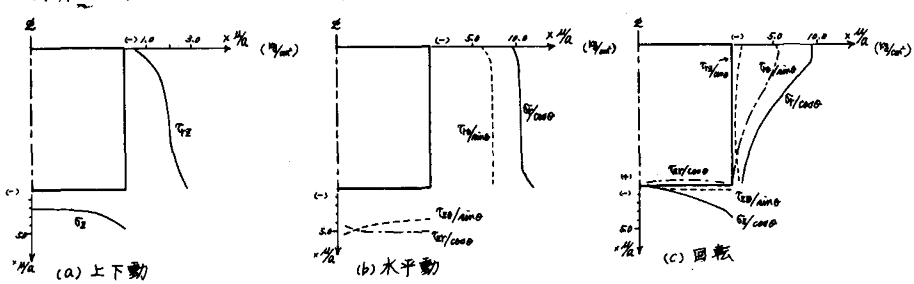
(2) r方向の差分間隔（Difference distance）は0.1a（a:基礎半径）とし差分係数は0.5とする。

(3)計算法は逐次近似法を用い，収束判定は剛体表面のすぐ横の1点で判定し，残差の絶対値が $10^{-4}$ より小にて調べた。

(4)境界条件として，地表面で応力が零，外側の境界では変位を零とした。

(5)剛体に単位変位を与えた。

以上により計算した応力の値を下図に示す。




4．地盤係数について

(3)式から明らかな様に{}内は剛体の寸法に無関係であり，応力に寸法を掛けたものは一定となる。剛体に単位変位を与えているから，結局単位面積当りの地盤係数は寸法に逆比例することになる。次に上下動，水平動について地盤係数の値を列挙すると平均値として次の様になる。

・上下動　側面：$1.94\ \mu/a$　　・水平動　側面：$2.03\ \mu/a$

底面：$3.10\ \mu/a$　　底面：$1.51\ \mu/a$　　（単位 kg/cm³）

5．結語

差分法にて近似計算を行う場合，誤差が問題となる。一般に $n$ 階差分を用いて $n$ 次微係数を表わしたときの誤差は関数値を $f_0$ として $f_0^{(n)}-\frac{\Delta^n f_0}{h^n}=h^2 g_1(x_0)+h^4 g_2(x_0)+\cdots\cdots$ と表わせる。
すなはち誤差は差分間隔の2乗に関係して増減することになる。よって差分間隔を変えて誤差のチェックを行うと 0.05a，0.1a，0.125a の間隔でそれぞれ4.2%，12.5%，14.8%の誤差であった。さらに精度を上げるには格子間隔を小さく取る必要があるが，計算機の容量，計算時間の問題で止むおえなかった。この裏づけとして実験を行う必要があるが，地盤係数は種々の因子によって変化するので相当いい装置で実験を行なわないといけないだろう。