

九州大学 正員 小坪 清真
同 学生員 〇 鷗田 幸

1. 緒言

弾性地盤中の構造物に働く地盤の作用としては、地盤の反力と減衰がある。その解法には、地盤を半無限弾性体とみなして波動理論によって解く方法、有限要素法や差分法による方法、地盤係数を用いる方法等がある。ここでは、弾性理論を用いて逸散エネルギーから減衰定数を求める方法について述べる。又、この値を実験によって確かめる。

2. 減衰定数の理論的解析法

(a) 逸散エネルギーの理論

側面からの逸散エネルギーは、円筒形構造物の地中部分を単位厚さの円盤にわけ、二次元波動方程式を解くことにより単位厚さの円盤の複素復元力から、単位厚さの側面からの逸散エネルギーを計算し、その地中部分を重ね合わせ、地中埋設部分の側面からの逸散エネルギーの総和とした。

二次元波動方程式の解は、次の様にと与えられる。

$$\begin{aligned} u_r &= \left\{ -A_1 \frac{\partial H_0^{(1)}(kr)}{\partial r} + A_2 \frac{H_1^{(1)}(kr)}{kr} \right\} \cos \theta \cdot e^{i\omega t} & \text{但し } \alpha = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}} & \quad \rho: \text{土の単位体積質量} \\ u_\theta &= \left\{ A_1 \frac{H_0^{(1)}(kr)}{kr} - A_2 \frac{\partial H_1^{(1)}(kr)}{\partial r} \right\} \sin \theta \cdot e^{i\omega t} & \beta = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} & \quad \lambda, \mu: \text{Lame の定数} \end{aligned}$$

A_1, A_2 は、振動時、まわりの地盤との間にすべりがないと仮定し、変位を $u_0 e^{i\omega t}$ とし、次の境界条件から求めることができる。

$$u_r = u_0 \cos \theta e^{i\omega t}, \quad u_\theta = u_0 \sin \theta e^{i\omega t}$$

このようにして求められる u_r, u_θ を用いて r 方向の応力 σ_r , θ 方向の応力 $\tau_{r\theta}$, 複素復元力 P は、次の様にと与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \lambda \cdot \Delta + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, & \tau_{r\theta} &= \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} \right) & \text{但し } \Delta &= \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{r \partial \theta^2} \\ P &= \int_0^{2\pi} (\sigma_r \cos \theta - \tau_{r\theta} \sin \theta) r_0 d\theta = (R_3 + I_3 i) e^{i\omega t} \end{aligned}$$

逸散エネルギーは、複素復元力に速度を乗じたものを時間で一週期分積分した値であらわせる。

変位を $u_0 e^{i\omega t}$ とすれば、逸散エネルギー V_s は、各々の実数部分を取り次式であらわされる。

$$V_s = \int_0^{2\pi} (R_3 \cos \omega t - I_3 \sin \omega t) \frac{\partial}{\partial t} (u_0 \cos \omega t) dt = u_0 \pi I_3$$

底面からの逸散エネルギーは、弾性地盤表面上の構造物の回転運動による底面からの逸散エネルギーを、地中部分の底面からの逸散エネルギーに適用した。回転モーメントが与えられた場合の回転角 θ 、および複素復元モーメントは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{3(1-\nu)}{8\mu} \frac{M_0 e^{i\omega t}}{r_0^3} \left[\int_0^\infty \{ J_0(k_2 r_0) + k_2 r_0 J_1(k_2 r_0) - i \{ H_0(k_2 r_0) + k_2 r_0 H_1(k_2 r_0) - \frac{2}{\pi} \} \} \right] \\ M &= (R_M + I_M i) e^{i\omega t} & \text{但し } k_2 &= \frac{\omega}{C_s} \text{ とし、 } C_s \text{ はせん断波速度である。} \end{aligned}$$

回転角を $\theta_0 e^{i\omega t}$ 、逸散エネルギーを V_b とすれば、側面からの場合と同様にして次式がえられる

$$V_b = \theta_0 \pi I_M$$

(6) 減衰定数の決定法

質点系の振動方程式

$$\frac{W}{g}\ddot{y} + \mu\dot{y} + ky = -\frac{W}{g}\phi(t)$$

において、逸散エネルギー V 、および運動エネルギー K は、変位を $y = A \cos \omega t$ とした場合、次式であらわされる。

$$V = \int_0^{2\pi/\omega} \mu \dot{y} \cdot \dot{y} dt = \pi \mu A^2 \omega, \quad K = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (\dot{y}_{\max})^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} A^2 \omega^2$$

逸散エネルギーと運動エネルギーの比を取れば、次の様に整理される。

$$\frac{V}{K} = \frac{\pi \mu A^2 \omega}{\frac{1}{2} \frac{W}{g} A^2 \omega^2} = \frac{4\pi n}{\omega} \quad \text{但し } n: \text{減衰定数}$$

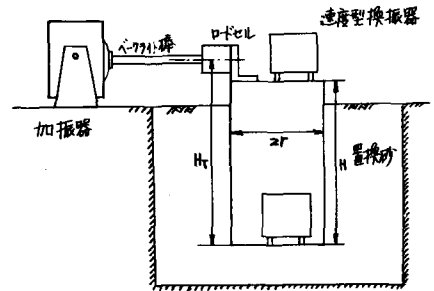
n : 固有円振動数

共振点における減衰定数は、 $n = \omega$ において次の式であらわせる。

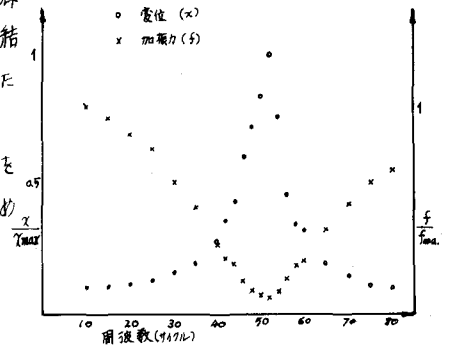
$$n = \frac{1}{4\pi} \frac{V}{K}$$

3. 実験

実験方法は、右図に示している。実験に用いた模型は、直径がそれぞれ 318mm, 406mm, 508mm, 高さが 468mm, 600mm, 753mm 肉厚が 9mm の三種類の鋼管で、鋼管の埋設深さを変化させて実験した。模型の周辺地盤は、地盤の均質化をはかるために砂で置換した。



実験は、電磁型加振器により微小な一定変位を与え、周波数による加振力の変化を読み取った。この結果から、加振力一定の場合の変位の変化を読み共振曲線をあらわし、その共振曲線から減衰定数を推定した。実験の結果、底面変位は上面変位にくらべ無視できるほど微小であったため底面を中心とする回転運動として計算を進めた。底面を中心とするモーメントの釣合い式から、上面変位の式をあらわし、 $x = X e^{i\omega t}$ を代入し共振曲線の式は、次の過程で求められる。



$$\frac{I_0}{g} \ddot{\theta} + C \dot{\theta} + k \theta = F H_T e^{i\omega t}$$

$$\ddot{x} + 2n \dot{x} + n^2 x = \frac{F H_T}{\frac{1}{2} \frac{W}{g}} e^{i\omega t}$$

$$X = \frac{F H_T / \frac{1}{2} \frac{W}{g} n^2}{\sqrt{1 - (n \omega)^2 + 4 n^2 \omega^2}}$$

但し H_T : 加振点の高さ

H : 模型の高さ

この共振曲線の式から、最小二乗近似により n の値を求めた。図は共振曲線の実験結果の一例を示す。

4. 数値解と実験値との比較

逸散エネルギーは、砂の単位体積重量、ポアソン比、Lame の定数、模型寸法、埋設深さがわかれば求められる。ここでは、砂の単位体積重量を 1.8 g/cm^3 、ポアソン比を $1/4$ とした。Lame の定数 μ (地盤の剛性率) は、実験による共振周波数から推定した。なお結果は、当日発表の予定である。