

九州大学工学部 正 員 小 坪 清 真

九州大学工学部 学生員 烏 野 清

九州大学工学部 学生員 串 間 正 敏

1. まえがき

著者等は、いままで構造物の振動性状を求める簡便かつ有力な手法として常時微動による振動性状解析を行って来ている。この論文では、同じ解析手法を用いて高次までのパワースペクトルを正確に出し、その結果より相となる固有振動数が近接する場合の減衰定数推定を行う。

2. 多自由度系の変位応答

r 次の振動型が $Y_r(x)$ 、固有振動数 n_r 、減衰定数 h_r の多自由度系が、地動加速度 $\ddot{x}$ を受けるときの変位のパワースペクトルは次式で表わされる。

$$S_y(\omega) = |\alpha(i\omega)|^2 S_x(\omega) \quad (1)$$

ここに $\alpha(i\omega)$ は仕懸点 x のリセアタンス、 $S_x(\omega)$ は外力のパワースペクトル

$$\alpha(i\omega) = -\sum_{r=1}^r \frac{\beta_r Y_r(x)}{n_r^2 - \omega^2 + 2i h_r n_r \omega} \quad (2)$$

ここに β_r は r 次の影響係数

r 次のリセアタンス $\alpha_r(i\omega)$ の絶対値は

$$|\alpha(i\omega)| = \frac{\beta_r \cdot Y_r(x)}{n_r^2 \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{n_r}\right)^2\right)^2 + 4 h_r^2 \left(\frac{\omega}{n_r}\right)^2}} \quad (3)$$

3. 減衰定数

i). 減衰定数が小さいか、または固有振動数がはなれている場合(図-1)

$|\alpha(i\omega)|_{\max}$ の $1/\sqrt{2}$ なる点の振動数を ω_1, ω_2 とすると(3)式より

$$\frac{\beta_r \cdot Y_r(x)}{n_r^2 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_1}{n_r}\right)^2\right)^2 + 4 h_r^2 \left(\frac{\omega_1}{n_r}\right)^2}} = \frac{\beta_r \cdot Y_r(x)}{n_r^2 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_2}{n_r}\right)^2\right)^2 + 4 h_r^2 \left(\frac{\omega_2}{n_r}\right)^2}} = \frac{\beta_r \cdot Y_r(x)}{2 \sqrt{2} \cdot h_r \cdot n_r^2} \quad (4)$$

$\omega_1 = n_r - \frac{\Delta\omega}{2}$ とおくと(4)式より減衰定数 h_r は次式で示される。

$$h_r \approx \frac{\Delta\omega}{2 \cdot n_r} \quad (5)$$

図-1

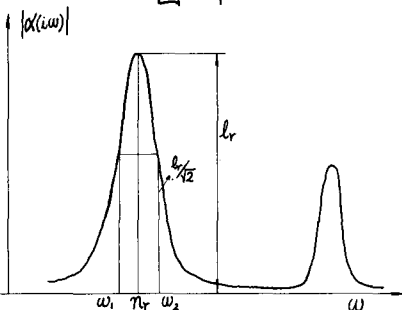
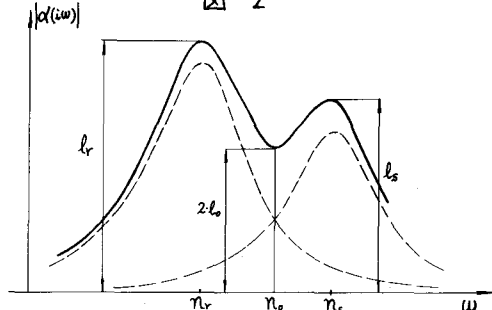


図-2



ii). 減衰定数 α がかなり大きく、かつ固有振動数が接近している場合(図-2)

r 次, S 次のリセブタンスの最大値 h_r, h_s は(3)式より

$$h_r = |\alpha_r(i\eta_r)| + |\alpha_s(i\eta_r)| = \frac{\beta_r \gamma_r}{\eta_r^2} \cdot \frac{1}{2h_r} \cdot \frac{\beta_s \gamma_s}{\eta_s^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2}} \quad (6)$$

$$h_s = |\alpha_r(i\eta_s)| + |\alpha_s(i\eta_s)| = \frac{\beta_r \gamma_r}{\eta_r^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2}} \cdot \frac{\beta_s \gamma_s}{\eta_s^2} \cdot \frac{1}{2h_s} \quad (7)$$

$$h_0 = |\alpha_r(i\eta_0)| = \frac{\beta_r \gamma_r}{\eta_r^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2)^2 + 4h_r^2 (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2}} \quad (8)$$

$$h_0 = |\alpha_s(i\eta_0)| = \frac{\beta_s \gamma_s}{\eta_s^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_s})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_0}{\eta_s})^2}} \quad (9)$$

式(8),(9)を式(6),(7)に代入して $\beta_r \gamma_r / \eta_r^2, \beta_s \gamma_s / \eta_s^2$ を消去する。

$$h_r = \frac{h_0}{2h_r} \cdot \frac{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2)^2 + 4h_r^2 (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2}}{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2}} + \frac{h_0 \cdot \sqrt{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2)^2 + 4h_r^2 (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2}}{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2}} \quad (10)$$

$$h_s = \frac{h_0 \cdot \sqrt{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2)^2 + 4h_r^2 (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2}}{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2}} + \frac{h_0}{2h_s} \cdot \frac{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2)^2 + 4h_r^2 (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2}}{\sqrt{(1 - (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2}} \quad (11)$$

式(10),(11)より h_r, h_s を求める方法として、ここでも式(10),(11)を $h_s = f(h_r)$ なる関数に展開する。

$$h_r^2 = \frac{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2)^2}{4 \left\{ \left(\frac{h_r}{h_0} - \sqrt{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2} \right) / \sqrt{(1 - (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2} \right\}^2 - (\frac{\eta_r}{\eta_s})^2 \right\}} \quad (12)$$

$$h_s^2 = \frac{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_s})^2)^2}{4 \left\{ \left(\frac{h_s}{h_0} - \sqrt{(1 - (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2)^2 + 4h_r^2 (\frac{\eta_0}{\eta_r})^2} \right) / \sqrt{(1 - (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2)^2 + 4h_s^2 (\frac{\eta_s}{\eta_r})^2} \right\}^2 - (\frac{\eta_r}{\eta_s})^2 \right\}} \quad (13)$$

h_r, h_s の近似解は式(5)より求められるので、その前後をさきで、 $h_s = f(h_r)$ のグラフを描き、式(12),(13)の交点を求める。

4. 計算例

ii) の場合の例として、固有振動数、減衰定数とあらかじめ仮定して描いた図-3のパワースペクトル曲線について解き、i) の場合と比較し、その結果を表-1に示す。パワースペクトル図の場合、近似解では減衰定数は20~50%程度の過大評価をしている。

5. 結び

常時振動より減衰定数を解析する時重要な事は、高次までのパワーを求めるだけ正確に求める事である。従ってモード解析の場合同様の手法を用いてパワーを求める必要がある。実際の構造物として、名護屋大橋、高千穂橋について行っているが、その結果は講演時発表する。

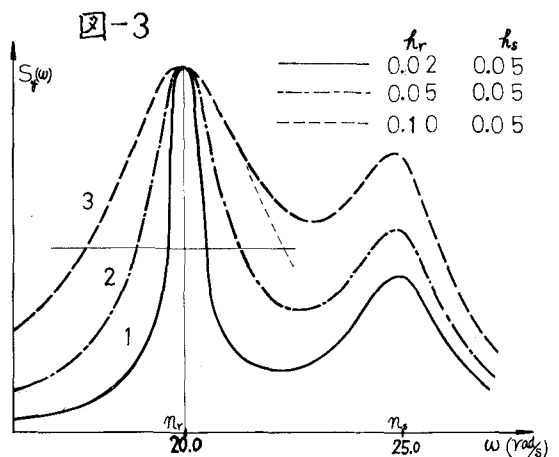


表-1

	1		2		3	
	h_r	h_s	h_r	h_s	h_r	h_s
近似解	0.025	0.058	0.062	0.064	0.115	0.076
著者の理論解	0.022	0.048	0.052	0.051	0.096	0.052

参考文献 小坪島野津間「常時振動によるモード実用化」土木学会第26回講演集
AMBIENT VIBRATION SURVEY OF NEWPORT BRIDGE, BUREAU OF PUBLIC ROADS