

熊本大学工学部 正 員 三池 亮次

熊本大学工学部 正 員 秋吉 卓

熊本大学工学部 学生員 ○滝川 清

1. まえがき 地面上の構造物の振動特性に関しては、これまで数多くの研究がなされてきたが、それらの大部分は周波数応答特性に関するものである。これらの解析において構造物と地盤との接触圧分布を仮定しなければならないのは現在のところ止むを得ないであろうが、境界条件を考慮する際にどうしても最終結果に無限積分を含んでしまい、そのため解析の見通しが悪く、勢い繁雑な数値積分を行なわなければならない。そこで田治見はこのような解析結果から静的な卓載荷の厳密解と拡張した動的な半理論式を提案し、かかる問題の取扱いを容易ならしめた。われわれも鉛直変位のみを考慮したときの、半無限地盤の Green 関数が上記の解析といかなる関係にあるかについて若干の研究を報告したが、その結果は田治見の解とほとんど一致することが確かめられた。本研究では、地面上剛構造物の水平・回転振動に対する動的ばね剛性についての一提案を示し、その数値計算結果を報告するものである。

2. 動的ばね剛性の誘導 まず鉛直振動においては、地盤の鉛直変位成分のみを考慮するものとする。外力 $f_z(t)$ に対して点 (x, y, z) における釣合方程式は次式のように書ける。

$$\sigma_{zz,z} + \tau_{zx,x} + \tau_{zy,y} = \rho \ddot{w}_{zz} - f_z(t) \quad \text{----- (1)}$$

$$\text{ただし、} \sigma_z = (\lambda + 2\mu)w_{z,z}; \quad \tau_{zx} = \mu w_{z,x}; \quad \tau_{zy} = \mu w_{z,y} \quad \text{----- (2)}$$

そこで、 $z = V_z/V_r \cdot z'$ (3) なる変数変換を行なって、式(1)を変位 w で書き表し、さらに、定常振動 $w = w_0 e^{i\omega t}$ (4) を考えるときは、式(1)は次式のように書ける。

$$w_{0,zz} + w_{0,zy} + w_{0,zx} + k_r w_0 = -\frac{1}{\mu} f_{0,z} \quad \text{----- (5)}$$

ただし、 $f_z(t) = f_{0,z} e^{i\omega t}$ であって、 $k_r = \omega/V_r$; 波数、 $V_r = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$; 縦波伝播速度、 $V_z = \sqrt{\mu/\rho}$; 横波伝播速度、 λ, μ ; Lamé の定数、 ρ ; 地盤の密度。したがって、式(5)を解くには、この系と同等の運動方程式を満足する Green 関数 $G(r|r')$ を用いなければならないが、この $G(r|r')$ は当然

$$\nabla^2 G_0 + k_r^2 G_0 = -\delta(x-x') \delta(y-y') \delta(z-z') \quad \text{----- (6)}$$

$$\text{を満足する。ただし、} \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{----- (7)}$$

そこで、式(6)と三重 Fourier 変換を用いて解けば結局次式を得る。

$$G_0(r|r') = \frac{e^{-ik_r R}}{4\pi R} \quad \text{----- (8)}$$

この解は、無限領域における解であるから、鏡像原理により半無限地盤における所期の解と $G(r|r')$ とすると $G(r|r') = G_0(r|r') + G_1(r|r') = \frac{e^{-ik_r R}}{4\pi R} + \frac{e^{-ik_r R'}}{4\pi R'}$ (9)

$$\text{ただし、} R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (V_z/V_r)^2 (z-z')^2}, \quad R' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (V_z/V_r)^2 (z+z')^2} \quad \text{----- (10)}$$

それゆえ、半無限地盤上の点荷重 $q(t) = Pe^{i\omega t}$ に対しては次式を得る。

$$w_0(r, z; t) = \frac{1}{2\pi\mu} Pe^{i\omega t} \frac{1}{r} e^{-ikr} \quad \text{----- (11)}$$

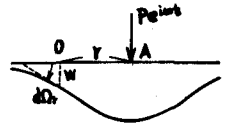


図-1 点荷重による0点の応答

同様にして、水平点荷重の場合においても、水平変位成分 u のみを考慮するとき、

$$u_0(x, y, z; t) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\exp(-ikr \sqrt{(V_p/V_s)^2 x^2 + y^2 + (z-d)^2})}{\sqrt{(V_p/V_s)^2 x^2 + y^2 + (z-d)^2}} + \frac{\exp(-ikr \sqrt{(V_p/V_s)^2 x^2 + y^2 + (z+d)^2})}{\sqrt{(V_p/V_s)^2 x^2 + y^2 + (z+d)^2}} \right] \quad \text{----- (12)}$$

これらの解において、 $\exp(-ikr \dots)$ という形より分るように波数は地下に逸散してゆき、失なわれるので、この振動系に減衰効果を及ぼすことが知られ、内部減衰が存在しなくても、応答は有限値にとどまる。そこで水平振動の動的ばね剛性と K_H とすると、

$$K_H = \frac{Pe^{i\omega t}}{U} = \frac{1}{A'} \cdot \frac{1}{2\pi\mu} \oint_A e^{-ikr} dr' d\theta \quad \text{----- (13)}$$

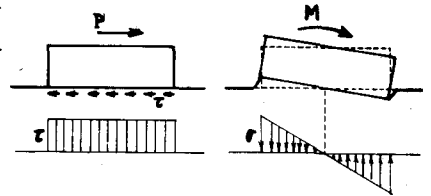


図-2 接触圧分布

回転振動の動的ばね剛性を K_R とすると、

$$K_R = \frac{Me^{i\omega t}}{\Omega_z} = \frac{1}{2\pi\mu J} \int_0^{2\pi} \cos\theta d\theta \int_0^R (1+ikr) e^{-ikr} dr \quad \text{----- (14)}$$

で定義するものとする。このとき、 U, Ω_z はそれぞれ構造物の断面中心における変位、および回転角である。それゆえ各辺が a, b の矩形断面の構造物にあっては、 K_H, K_R は次式となる。

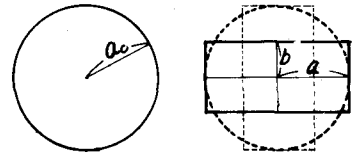


図-3 断面形状

$$K_H = \frac{1/4}{4ab} \cdot \frac{1}{2\pi\mu_0} \frac{i}{k} \left[\int_0^{2\pi} \left\{ \exp(-ikr a \sec\theta) - 1 \right\} d\theta + \int_0^{2\pi} \left\{ \exp(-ikr b \csc\theta) - 1 \right\} d\theta \right] \quad \text{----- (15)}$$

$$K_R = \frac{1/4a}{2\pi\mu J} \frac{1}{ka} \left[\int_0^{2\pi} \left\{ 2\sin A_c - A_c \cos A_c - i(2 - 2\cos A_c - A_c \sin A_c) \cos\theta d\theta + \int_0^{2\pi} \left\{ 2\sin A_s - A_s \cos A_s - i(2 - 2\cos A_s - A_s \sin A_s) \cos\theta d\theta \right\} \right]$$

にだし、 $A_c = ka/\cos\theta$, $A_s = kb/\sin\theta$, $ka = a\omega/V_t$

3. 数値計算結果 図-4 は構造物の幾何学形状に対する水平・回転振動における半無限地盤のばね剛性の逆数であるアドミッタンスの形で示したものである。実部(実線), 虚部ともに振動方向に対して断面が細長くなるにつれて、減少することを示しており、それだけ見かけ上、ばね剛性は高まり、応答は減少することを意味するものと言えよう。また、この虚部は波数の逸散によって生ずる位相差を与えるものであるから、減衰効果を持つものであり、内部減衰とは無関係に存在する量である。その他の結果及び考察は講演時にゆずる。

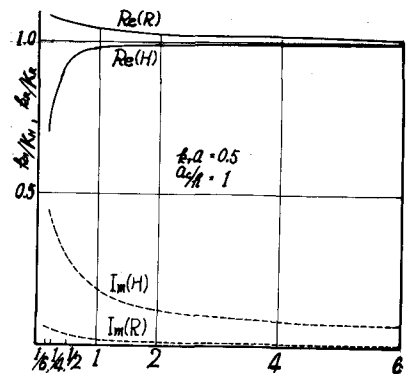


図-4 断面変化に対する振動アドミッタンス

1) 小堀, 他; 東大防災研年報 第10号A, 昭.42.3, pp.283-341, 2) 田沼見; 東大生技研報告, 第8巻, 第4号, 昭.32.3, pp.176-217
3) 秋吉; 土木学会昭和45年度年次学術講演会講演集, I-205