I－13

構造物のダンピングに関する一研究

熊本大学　正員　平井一男
同　学生員　○岩吉敬輔

1　まえがき

本論文は、複雑な構造物の対数減衰率から、その構造物の各ユニット〔例えばランガー橋におけるアーチ部と桁〕でのエネルギー消散の割合いを求める一解析法を提案したものである。

2　理論

今ある構造物の対数減衰率が数個異なった振動次数に関して測定されているとする。このときn次振動における対数減衰率δ_n・1周期間に消散したエネルギー量ΔW_n・構造物の最大ポテンシャルエネルギW_nとの間には次の様な関係式が成り立つ。

$$2\delta_n = \frac{\Delta W_n}{W_n} \qquad (1)$$

複雑な構造物を今3コのユニットに分割したとすると上式は次の様に表わし得る。

$$2\delta_n = \frac{\Delta W_{n1} + \Delta W_{n2} + \Delta W_{n3}}{W_n} = \frac{\Delta W_{n1}}{W_n} + \frac{\Delta W_{n2}}{W_n} + \frac{\Delta W_{n3}}{W_n}$$

$$= \frac{W_{n1}}{W_n}\frac{\Delta W_{n1}}{W_{n1}} + \frac{W_{n2}}{W_n}\frac{\Delta W_{n2}}{W_{n2}} + \frac{W_{n3}}{W_n}\frac{\Delta W_{n3}}{W_{n3}} \qquad (2)$$

$$= \frac{W_{n1}}{W_n}C_{n1} + \frac{W_{n2}}{W_n}C_{n2} + \frac{W_{n3}}{W_n}C_{n3} \qquad (3) \qquad \left(\frac{\Delta W_{ni}}{W_{ni}} = C_{ni}\right)$$

W_{ni}：n次第iユニットの最大ポテンシャルエネルギー
ΔW_{ni}：n次第iユニットの1周期間消散エネルギー

1次振動から4次振動までの振動実験がなされているとすれば(3)に相当する式が4コ存在する事になる。今構造物を3コのユニットに分割した場合を考えているので、(3)に相当する4コの式から次数が連続するように3コの式を選びそれらの式をC_{ni}が未知数である連立方程式として解析する事を考える。例えば1次から3次までを選んだとすると

$$\begin{cases} 2\delta_1 = \dfrac{W_{11}}{W_1}C_{11} + \dfrac{W_{12}}{W_1}C_{12} + \dfrac{W_{13}}{W_1}C_{13} \\ 2\delta_2 = \dfrac{W_{21}}{W_2}C_{21} + \dfrac{W_{22}}{W_2}C_{22} + \dfrac{W_{23}}{W_2}C_{23} \\ 2\delta_3 = \dfrac{W_{31}}{W_3}C_{31} + \dfrac{W_{32}}{W_3}C_{32} + \dfrac{W_{33}}{W_3}C_{33} \end{cases} \qquad (4)$$

(4)を連立方程式として解くには未知数C_nの間に存在する法則を見い出さねばならない。過去における研究によると減衰の理論的取りあつかいは、振動速度に関係する粘性減衰と振動速度に無関係の構造減衰に大別されるが、構造減衰の場合振動形の次数による変化をいかに考慮すべきか未解決であるので、ここでは構造材料がフォークト物体でできており粘性減衰として解析できるとした場合にC_{ni}間に存在する法則を見い出す。

フォークト物体の応力と歪の関係は一般に次の様に表わされる。

$$\sigma = E\varepsilon + F\dot{\varepsilon} \qquad (F：粘性係数) \qquad (5)$$

$\sigma_v = F\dot{\varepsilon}$とすると消散エネルギーは次のように表わせる。

$$\Delta W_n = \int_0^T\int^V \frac{1}{2}\sigma_{vn}\dot{\varepsilon}\,dv\,dt$$

この時曲げ材、軸力材のいかんによらず1周期間の消散エネルギーは次のように表わせる。

$$\Delta W_n = \frac{F\pi}{E} W_n\omega_n \qquad (\omega_n:n\text{次固有振動数}) \qquad (6)$$

$$= K\times g_n \qquad \left(K=\frac{F\pi}{E} \quad g_n = W_n\omega_n\right)$$

=(次数に無関係量)×(次数によって変わる量)

(6)の関係を使って(4)の未知数C_{ni}の間に存在する関係を求める。例えばC_{11}とC_{21}の関係は次のようにして求まる。

$$C_{11} = \frac{\Delta W_{11}}{W_{11}} = \frac{K g_{11}}{W_{11}} = K\omega_1$$ 同様にして $C_{21}=K\omega_2$

これよりKを消去するとC_{11}とC_{21}との関係は $C_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1}C_{11}$ となる。同様にして1次の未知数C_{1i}でn次の未知数C_{ni}を表わすと(3)は次の様な連立方程式となる。

$$\begin{cases} 2\delta_1 = \dfrac{W_{11}}{W_1}C_{11} + \dfrac{W_{12}}{W_1}C_{12} + \dfrac{W_{13}}{W_1}C_{13} \\ 2\delta_2 = \dfrac{W_{21}}{W_2}\dfrac{\omega_2}{\omega_1}C_{11} + \dfrac{W_{22}}{W_2}\dfrac{\omega_2}{\omega_1}C_{12} + \dfrac{W_{23}}{W_2}\dfrac{\omega_2}{\omega_1}C_{13} \\ 2\delta_3 = \dfrac{W_{31}}{W_3}\dfrac{\omega_3}{\omega_1}C_{11} + \dfrac{W_{32}}{W_3}\dfrac{\omega_3}{\omega_1}C_{12} + \dfrac{W_{33}}{W_3}\dfrac{\omega_3}{\omega_1}C_{13} \end{cases} \qquad (7)$$

支承の滑動を考慮した場合は(7)の各式に$\frac{V_n W_1}{V_1 W_n}$なる項を付加すればよいと思っている。

$$V_n = \int_0^T \left|\frac{dL_n}{dt}\right| dt \qquad L_n \doteqdot \frac{1}{2}\int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$$

3 数値計算

対象とする構造物は米良稲荷大橋である。諸元と固有振動数と対数減衰率は下記の通り。

形式 ランガー橋(下路)　諸元 $f=19.200\,m$　$l=139.200\,m$

対数減衰率　1次 0.0081　3次 0.0115

固有振動数　1次 1.17　3次 1.64

本橋では2次の対数減衰率は測定されていない。$\delta_3/\delta_1=1.42$　$\omega_3/\omega_1=1.40$ でほぼ値が等しいので(7)式の適用が可能と考えた。構造物を2コのユニットに分割し1次と3次で(7)に相当する連立方程式をたてる。解析は2コのケースで行った。表には各caseに関して各unitでの消散エネルギーを表わした。

Case 1　unit 1　軸力(桁, アーチ)
　　　　unit 2　曲げ(桁)
Case 2　unit 1　アーチ
　　　　unit 2　桁(軸力, 曲げ)

	Case 1	
	unit 1	unit 2
1次	3	2
3次	1	2

	Case 2	
	unit 1	unit 2
1次	3	5
3次	1	3

参考文献

1. 山口・白木・中川:ツリ橋のツリ索に対する振動減衰性の研究　三菱重工技報 Vol.3 No.6
2. WALTER W. SOROKA　Note on the Relations Between Viscous and Structural Damping Coefficients　Journal of the Aeronautical Sciences — July, 1949