

弾塑性動的応答の一解析法

熊本大学 正員 平井一男
同 学生員 河野昭雄

1. 緒言

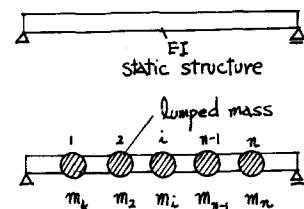
構造物は、一般に、その変形と抵抗の関係から、せん断型振動が曲げ型振動をするものと考えられ、この差はその運動方程式における Stiffness Matrix $[K]$ の要素の位置に依存する。せん断型振動系の場合、各質点間の相対変位に対応するせん断力から、 $[K]$ の要素 k_{ij} が求められるのに対し、曲げ型振動系の場合、たわみの影響係数 Matrix の Invert Matrix として $[K]$ の要素 k_{ij} が決定される。したがって、降伏点をこえ剛性が k_i から k_i' に低下し直接その影響を $[K]$ に考慮することが可能なせん断型振動系に比べて、曲げ型振動系の場合は、剛性の低下を考慮して $[K]$ を作製し、動的応答を求めることは容易ではない。そこで、本論文では、 $M-\phi$ (モーメント-曲率) 関係から、復元力特性の非線型効果を、外力として運動方程式に導入し、Modal Analysis を用いて解析を行なう。

2. 非線型振動 Model

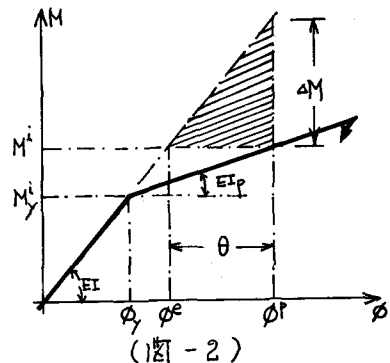
構造物を集中質量系に置換し、質点と質点の間の static structure における変位、曲率、モーメントは各質点で代表して表わせるものとし (図-1)、復元力特性の $M-\phi$ 関係は Bi-linear model (図-2) を用いると、各質点における構造物の非線型振動 Model を考えることができる (図-3)。

3. 理論

図-2 の $M-\phi$ 関係の Bi-linear 復元力特性において、ある質点 i で、モーメント M_i' を持てば、図からわかるように、弾性状態では曲率は ϕ_i であるが、その点の剛性が低下する為、 θ だけ曲率が増加し、結局、塑性状態では M_i' に対して曲率 ϕ_i' を持つ。塑性化による曲率の増分 θ に注目すると、弾性状態のモーメントの増分 ΔM (図-2 の斜線部) に対応する。すなわち、モーメント ΔM によつて、塑性化による曲率の増分 θ を弾性状態において生じさせることが可能であろう。物理的には、図-3 で表わされる Model において、剛性の低下によつて生じる曲率の増分 θ を、図-5 の如く、virtual な荷重 $\overline{W}$ ($=\Delta M \times \Delta x$, 以下曲げ荷重と呼ぶ) によつて生じさせる。ここで、 Δx は Yield-Hinge の巾を表わす。



(図-1)



(図-2)

図-4から、Yield部分での力の釣合は次式で与えられる。

$$(M^i - M_y) = \frac{EI_p}{L} (M^i - M_y) + \frac{200}{L} \frac{EI_p}{L} \quad (1)$$

Matrix に表現すると次式を得る。

$$\{M^i - M_y\} = A \{M^i - M_y\} + A \{200\} \quad (2)$$

ここに、Aは2次剛性の1次剛性に対する割合を表す。

応答はModal Analysisを使って次の式で得られる(減衰項は省略)。

$$\{\ddot{q}\} + [\omega^2] \{q\} = [C] \{P\} + [C] \{200\} \quad (3)$$

$$\{Y\} = [C] \{q\} \quad (4)$$

$$\{\phi\} = [C] \{q\} \quad (5)$$

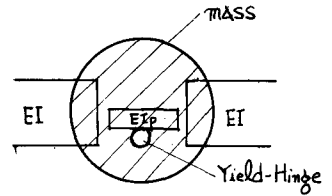
$$\{M\} = -EI \{\phi\} - \frac{200}{L} \{q\} = -EI [C] \{q\} - \frac{200}{L} \{q\} \quad (6)$$

ここに $\{q\}$ は時間のみの関数。 $[C]$ 、 $[C]$ は変位及び曲率の正規化モード。 $\{Y\}$ 、 $\{\phi\}$ 、 $\{M\}$ は各節点での変位、曲率及びモーメント。 $\{200\}$ は各節点で加えるべき曲げ荷重を降伏域の中 Δx で割ったもの。 $[\omega^2]$ は構造物の固有振動数から成るマトリクス。 $\{P\}$ は外力を表す。加えるべき曲げ荷重 $\{200\}$ は次の手続きをとる。すなわち、(2)式で $\{200\}$ を仮定して $\{M\}$ を求め、(3)式の微分方程式を解く。(6)式で計算した $\{M\}$ が最初(2)式で計算した $\{M\}$ に等しいならばその時の $\{200\}$ を加えるべき曲げ荷重とする。数値積分はNewmarkの β 法を用いた。この方法によれば、 $\{200\}$ はtrialな求め方をしなくてもよい。

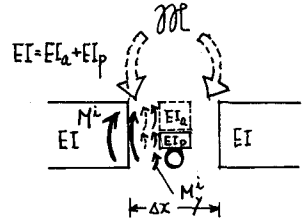
4. 数値計算例

1質点系曲げ振動(図-6)のModelを採用した。運動方程式は、P.C.Jenningsの無次元化を行ない、パラメーターを次の如くとする。

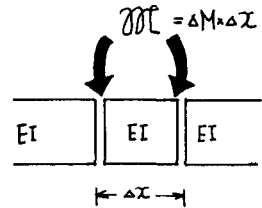
$A = \frac{EI_p}{EI}$: 1次剛性に対する2次剛性の割合。 $\alpha = \frac{T_p}{T_e}$: 外力の周期に対する系の固有周期比。 $\eta = \frac{\omega}{\omega_n}$: Span長に対する塑性域。 $\xi = \frac{m_p}{m_s}$: 外力の最大強さに対する系の降伏強さ。



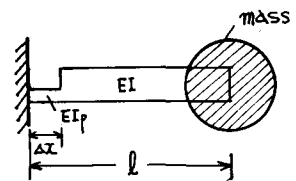
(図-3)



(図-4)



(図-5)



(図-6)

