

宮崎大学工学部 正員 太田俊昭

九州大学工学部 正員 〇村田重之

宮崎大学工学部 学生員 三島敏博

## I. まえがき

先に著者らは、漸増荷重を受ける吊橋の、弾塑性有限変形の解析に関する基礎的理論を提示した<sup>1),2)</sup>。続いて、著者らは、荷重が任意に変動する場合も、同理論が、適用可能なることを確認したので、ここでは、簡単な例題を対象として、それらの変形特性や力学的特性を明らかにし、動的塑性設計法の一助にせんと試みた。

## II. 応用例-1

図-1に示す吊橋について解析を行えば、以下のとおりである。ただし、ここでは、(i)補剛桁の水平変位は無視する、(ii)有限変形はケーブルについてのみ考慮する、の仮定を設けるものとする。

まず、ケーブル(吊材)ABに関する変形法公式を示せば、文献(2)より補剛桁の降伏応力( $N_y = \sigma_y A_0$ )で無次元化した次の式で、一般的に与えられる。

$$\bar{F}_{AB} = \bar{K}_{AB}(\bar{\Delta}_A - \bar{\Delta}_B)l_0/l_{AB} + \bar{F}_{AB} \quad (1)$$

ここに、 $\sigma_y$ ,  $A_0$ および $l_0$ ; 補剛桁の降伏応力、断面積および全長、 $\bar{F}_{AB} = F_{AB}/N_y$ ; A端の力ベクトル、

$\bar{\Delta}_A = \Delta_A/l_0$ ,  $\bar{\Delta}_B = \Delta_B/l_0$ ; A, B端の変位ベクトル、 $l_{AB}$ ; 部材ABの長さ。

また、 $\bar{K}_{AB}$ はStiffness Matrix,  $\bar{F}_{AB} = F_{AB}/N_y$ は塑性変形によって生じる補正力ベクトルで、それぞれ、次の形で与えられる(文献(2)参照)。

$$\bar{K}_{AB} = \begin{bmatrix} AA & AB \\ BA & BB \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_{AB} = \begin{bmatrix} FA \\ FB \end{bmatrix} \quad (2)$$

さて、ケーブルと吊材との接合点1における力のつり合い式を求めれば、図-1を参照して、次式で与えられる。

$$\bar{F}_{AB}(2) - \bar{F}_{AB}(3) + \bar{F}_{AB}(4) - \bar{F}_{AB}(5) = 0 \quad (3)$$

ただし、小カッコの中の番号は部材番号を表す。

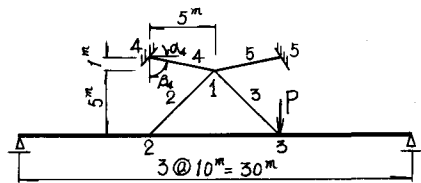
ここで、例として $\bar{F}_{AB}(2)$ の内容を示せば、式(1)から

$$\bar{F}_{AB}(2) = \begin{bmatrix} AA(2) & AB(2) \\ BA(2) & BB(2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 - 0 \\ \bar{y}_1 - \bar{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} FA(2) \\ FB(2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

となる。 $\bar{F}_{AB}(3)$ ,  $\bar{F}_{AB}(4)$ ,  $\bar{F}_{AB}(5)$ も、同様にして、変位ベクトルで表わし、式(3)に代入したうえで、 $x, y$ 方向について整理すれば、結局、次式がえられる。

$$\begin{aligned} \{AA(2) + AA(3) + AA(4) + AA(5)\} \bar{x}_1 + \{AB(2) + AB(3) + AB(4) + AB(5)\} \bar{y}_1 - AB(2) \bar{y}_2 - AB(3) \bar{y}_3 \\ = -FA(2) + FA(3) - FA(4) + FA(5) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \{BA(2) + BA(3) + BA(4) + BA(5)\} \bar{x}_1 + \{BB(2) + BB(3) + BB(4) + BB(5)\} \bar{y}_1 - BB(2) - BB(3) \bar{y}_3 \\ = -FB(2) + FB(3) - FB(4) + FB(5) \end{aligned} \quad (6)$$



2 ~ 5; 部材番号, 補剛桁の断面積;  $A_0 = 0.03946 \text{ m}^2$ ,

ケーブルの断面積;  $A_c = 0.005 \text{ m}^2$ , 吊材の断面積;  $A_h = 0.002 \text{ m}^2$ ,

$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ , 補剛桁の断面2次モーメント;  $I = 0.002 \text{ m}^4$

$\sigma_y = 36000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0.70714$ ,  $\alpha_4 = \alpha_5 = 0.98058$ .

$\beta_4 = -\beta_3 = 0.70718$ ,  $\beta_4 = -\beta_5 = 0.70718$

図 - 1

ただし、 $\bar{x} = x/l_0$ ,  $\bar{y} = y/l_0$ ;  $x, y$  方向の変位。

一方、補剛桁の変形法公式に関しては、文献(2)より、次のようにして導かれる。すなわち、吊材と補剛桁の接合点において、補剛桁に働く外力を  $Y_2, Y_3$  とする(図-1参照)。 $Y_2, Y_3$  によって生じるモーメント  $M$  を求めれば、補剛桁の降伏曲げモーメント  $M_y$  で無次元化した次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_2 \\ \bar{M}_3 \end{bmatrix} = \frac{\sigma_y A_0 l_0}{9 M_y} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Y}_2 \\ \bar{Y}_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、 $\bar{Y}_2 = Y_2/N_y$ ,  $\bar{Y}_3 = Y_3/N_y$ ,  $\bar{M}_2 = M_2/M_y$ ,  $\bar{M}_3 = M_3/M_y$ 。

また、モーメントと曲率の関係は、降伏時の曲率( $\phi = M_y/EI$ )で無次元化された次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \bar{\phi}_2 \\ \bar{\phi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{M}_2 \\ \bar{M}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_2 \\ \bar{\epsilon}_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし、 $\bar{\epsilon} = \phi - \bar{M}$ 。

さらに、たわみと曲率の関係は、 $\phi$ -法公式より

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \end{bmatrix} = \frac{\phi_y l_0}{54} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\phi}_2 \\ \bar{\phi}_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(7), (8), (9)より、次式をえら。

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \end{bmatrix} = \frac{\sigma_y A_0 l_0^2}{486 EI} \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} + \frac{\phi_y l_0}{54} \begin{bmatrix} 3\bar{\epsilon}_2 + 2\bar{\epsilon}_3 \\ 2\bar{\epsilon}_2 + 3\bar{\epsilon}_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(10)を簡略表示して

$$[Y] = [G][\bar{Y}] + [D] \quad (11)$$

よって、式(11)から、所要の補剛桁に関する変形法公式が、次式で求められる。

$$[\bar{Y}] = [G]^{-1}([Y] - [D]) \quad (12)$$

ただし、 $[G] = \frac{\sigma_y A_0 l_0^2}{486 EI} \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ ,  $[D] = \frac{\phi_y l_0}{54} \begin{bmatrix} 3\bar{\epsilon}_2 + 2\bar{\epsilon}_3 \\ 2\bar{\epsilon}_2 + 3\bar{\epsilon}_3 \end{bmatrix}$ ,  $[L] = [G]^{-1}$ 。

さて、吊材と補剛桁の接合点2, 3では、次の条件が成立する。

$$\text{接合点2: } \{\bar{F}_{AB}(2)\}_{y\text{成分}} + \bar{Y}_2 = 0 \quad (13)$$

$$\text{接合点3: } \{\bar{F}_{AB}(3)\}_{y\text{成分}} + \bar{Y}_3 - \bar{P} = 0 \quad (14)$$

式(4), (12), (13) および式(14)より、次式がえられる。

$$-BA(2)\bar{x}_1 - BB(2)\bar{y}_1 + \{BB(2) + L(1,1)\}\bar{y}_3 + L(1,2)\bar{y}_3 = D(1,1) - FB(2) \quad (15)$$

$$-BA(3)\bar{x}_1 - BB(3)\bar{y}_1 + L(2,1)\bar{y}_2 + \{BB(3) + L(2,2)\}\bar{y}_3 = \bar{P} + D(1,2) - FB(3) \quad (16)$$

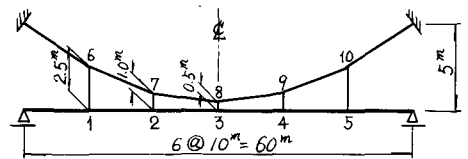
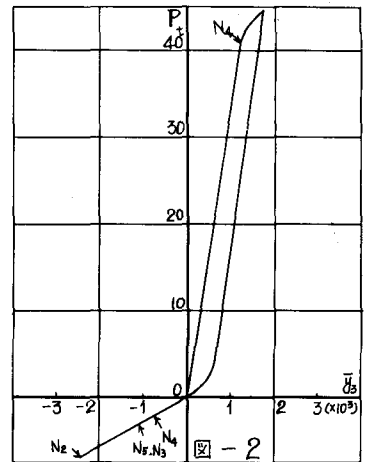
かくして、式(5), (6), (15) および式(16)の連立方程式を解けば、与荷重  $\bar{P}$  に対する変位なるびに諸力が求められる。図-2に解析結果の一部を示す。

Ⅲ. 応用例-3 図-3の吊橋の弾塑性挙動も前述の例に順じて機械的に解明することができろ。た

だし、詳細は講演時に説明する予定である。

(参考文献) ①太田・藤本・前原;「吊橋の弾塑性解析」,土木学会報告, S46.3

②太田・村田;「吊橋の弾塑性たわみ解析」,土木学会 S.46.10



$$A_0 = 0.05714 \text{ m}^2, A_c = 0.01 \text{ m}^2, A_h = 0.004 \text{ m}^2$$

図-3