

宮崎大学 工学部 正 員 太田 俊昭

彦坂 良次

学生員 野田 健二

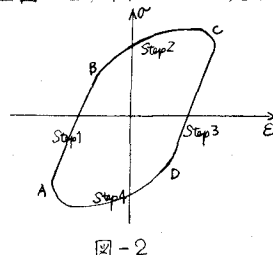
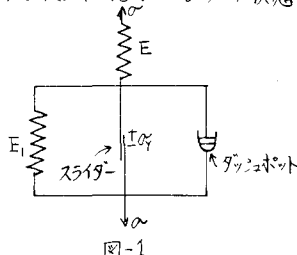
松本 哲二

1. まえがき 構造物の動的な非線形応答解析の基礎をなす非線形復元力特性に関する研究としては、Hanson, Jennings, および伯野、四俣氏の研究に加えて、渡辺氏の軟鋼を対象としたもの¹⁾がある。特に、渡辺氏の研究は直接応力とひずみの履歴曲線を取り扱っているゆえ、同一材料であれば、その結果を形状任意の部材に広く適用することができる利点をもつ。

本研究はこの点に着目し、同氏の研究結果に基づいて、構造解析にあまねく拡張応用しうる形の応力-ひずみ式を導き、同氏の理論結果との比較を行なうとともに、粘性を考慮したM-φ-Curveの算定をも試みたもので、一応の成果をえたのでここに報告する。

2. 理論 文献¹⁾に従い、動的負荷を受ける軟鋼の応力-ひずみ状態を図-1、図-2より次の4つのStepに大別する。すなわち、

- (1) Step 1: 弾性負荷 (A ~ B)
- (2) Step 2: 粘弾塑性負荷 (B ~ C)
- (3) Step 3: 弾性除荷 (C ~ D)
- (4) Step 4: 粘弾塑性除荷 (D ~ A)
- (1) 弾性負荷の場合 ($\epsilon_a < \epsilon_y < \epsilon_{ar}$)



時刻 i の応力とひずみを σ_i, ϵ_i とし、図-1 のバネ E (ヤング率 E) 部のひずみを ϵ_{xi} 、スライダ部のひずみを $\epsilon_{xi} = -\epsilon_{2m}$ とする。弾性時ではスライダ部は固定されていると仮定すれば、全ひずみ ϵ_i は、 $\epsilon_i = \epsilon_{xi} + \epsilon_{2m}$ で与えられる。Hook's Law から $\epsilon_i = \sigma_i / E$ とし、結局、この時の応力-ひずみは次式で与えられる。

$$\bar{\epsilon}_i = \bar{\sigma}_i - \bar{\epsilon}_{2m} \quad (1) \quad (\text{但し } \bar{\epsilon} = \epsilon / \epsilon_y, \bar{\sigma} = \sigma / \sigma_y, \epsilon_y: \text{降伏ひずみ}, \sigma_y: \text{降伏応力})$$

(2) 粘弾塑性負荷の場合 ($\epsilon_b \leq \epsilon_i$)

応力 σ_i が $\sigma_y - E \epsilon_{2m}$ に達するとスライダはずれ、バネ E (ヤング率 E) 部とダッシュポット (粘性係数 η) が動き、これらの部分のひずみ ϵ_{xi} およびひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{xi}$ が生じ、結局次のレオロジー方程式が成立する。

$$E \epsilon_{xi} = \sigma_i \quad (2)$$

$$(E \epsilon_{xi} + \sigma_y) + \eta \dot{\epsilon}_{xi} = \sigma_i \quad (3)$$

式(3)の一般解は、

$$\epsilon_{xi} = e^{-\frac{\sigma_i}{\eta E} t} \left\{ \epsilon_{xi-1} + \frac{1}{\eta} \int_0^t (\sigma_i - \sigma_y) e^{\frac{\sigma_i}{\eta E} t} dt \right\}$$

いま、時刻 i と時刻 $i-1$ の微小時間間隔を Δt とすれば、

$$\epsilon_{xi} = e^{-\frac{\sigma_i}{\eta E} \Delta t} \left\{ \epsilon_{xi-1} + \frac{1}{\eta} \int_0^{\Delta t} (\sigma_i - \sigma_y) e^{\frac{\sigma_i}{\eta E} t} dt \right\} \quad (4)$$

Step	$\bar{\sigma}_i$	$\bar{\sigma}_{i-1}$	$\bar{\epsilon}_{xi}^*$
1	1	-1	$-\bar{\epsilon}_{2m}$
2	$\frac{1}{1 + \frac{\sigma_i}{\sigma_y}}$	$\bar{\sigma}$	$\left\{ \bar{\epsilon}_{xi-1} + \frac{\sigma_i}{2E} \bar{\sigma}_{i-1} + \frac{1}{E} \right\} e^{-\frac{\sigma_i}{E} \Delta t}$
3	1	1	$\bar{\epsilon}_{2m}$
4	$\frac{1}{1 + \frac{\sigma_i}{\sigma_y}}$	$\bar{\sigma}$	$\left\{ \bar{\epsilon}_{xi-1} + \frac{\sigma_i}{2E} \bar{\sigma}_{i-1} - \frac{1}{E} \right\} e^{-\frac{\sigma_i}{E} \Delta t}$

表-1

さらに、 $\frac{1}{2}t_0 = \alpha$ とおき、式(4)を整理すれば、

$$\bar{E}_{2i} = \frac{1}{2}(\frac{\sigma}{E_0} - \sigma_i) + \{E_{2(i-1)} + \frac{\sigma}{2E_0} + \frac{\sigma_i}{2}\}e^{-\alpha} \quad (5)$$

式(5)と式(1)と同様に無次元化する。すなわち、

$$\bar{E}_{2i} = \frac{1}{2}(\frac{\sigma}{E_0} - 1) + [\bar{E}_{2(i-1)} + \frac{1}{2}(\frac{\sigma}{E_0} + 1)]e^{-\alpha} \quad (6)$$

さて、全体のひずみは $\bar{E}_i = \bar{E}_{1i} + \bar{E}_{2i}$ で与えられるから、式(2)、式(6)より次式で与えられる。

$$\bar{E}_{1i} = (1 + \frac{\sigma}{E_0})\bar{\sigma}_{(i-1)} - \frac{1}{2}[\bar{E}_{2(i-1)} + \frac{1}{2}(\frac{\sigma}{E_0} + 1)]e^{-\alpha} \quad (7)$$

(3)弾性除荷の場合 ($E_{1i} < E_0$)

スライダーを伴う部分は再び固定され、 $E_{2i} = E_{2m}$

となり、Step 1 の場合と同様にして、

$$\bar{E}_{1i} = \bar{\sigma}_{(i-1)} + \bar{E}_{2m} \quad (8)$$

(4)粘弾塑性除荷の場合 ($E_{1i} \leq E_0$)

Step 2 と同様に考えて、

$$E E_{1i} = \sigma_{(i)} \quad (9)$$

$$\sigma_{(i)} = -(\sigma_i - E E_{2i}) + (E E_{2i}) \quad (10)$$

式(9)、式(10)を解いて、結果を全ひずみ $\bar{E}_i = \bar{E}_{1i} + \bar{E}_{2i}$ に代入すれば、次式をえる。

$$\bar{E}_{1i} = (1 + \frac{\sigma}{E_0})\bar{\sigma}_{(i-1)} + \frac{1}{2}[\bar{E}_{2(i-1)} + \frac{1}{2}(\frac{\sigma}{E_0} + 1)]e^{-\alpha} \quad (11)$$

以上の結果に基づけば、任意の応力状態に対する応力-ひずみ式は一般に次式で与えられる。(表-1参照) $\bar{\sigma}_i = \psi_i(\bar{E}_{1i} - \bar{E}_{2i}) \quad (12)$

なお、式(12)のFlow-chartは図-3のようになる。

3 数値計算による解 文献¹⁾に基づき、負荷 $\sigma = \sigma_{max} \sin \omega t$ の正弦波を与えた時の σ - E 曲線と求めれば、

図-4のようになる。なお諸元は以下のとおりである。

$$\frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = 3.73 \text{ cps (振動数)} \quad E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_1 = 7.62 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \quad \eta = 4.45 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2 \text{ sec} \quad \sigma_1 = 26.7 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_A = 4.24 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2 \quad t_0 = 3.73/40 \text{ sec}$$

また、上述の結果と文献²⁾の結果を併用し、モーメントMと曲率中との関係と求めれば、図-5のようになる。

4 あとがき 本研究により粘性を考慮した応力-ひずみの一般式が数値計算に極めて有利な形で誘導され、かつ、これに基づくモーメントと曲率の関係も算定可能となった。これにより、任意の変動荷重を受ける構造物の動的弾塑性挙動に対するより厳密な解析へのアプローチがえられた。すなわち、文献²⁾の方法と本法を合せ用いることにより、粘性を考慮した鋼構造物の動的弾塑性応答解析理論が一般的に確立されることになる。この点に関する説明は後日報告する予定である。

(参考文献) 1) 渡辺啓行：「軟鋼の動的弾塑性復元力特性」土木学会論文集 No.182 1970年10月

2) 太田俊昭：「変動荷重を受ける鋼の動的弾塑性解析」第18回橋梁構造工学研究発表会論文集 1971年12月

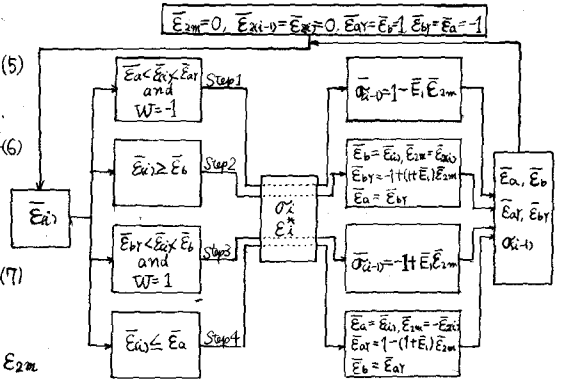


図-3

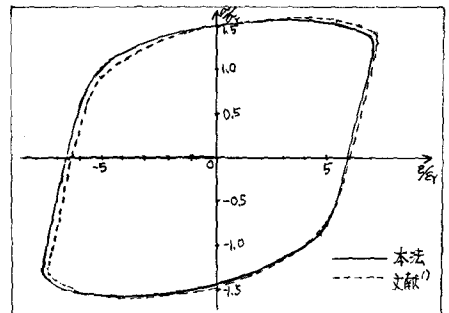


図-4

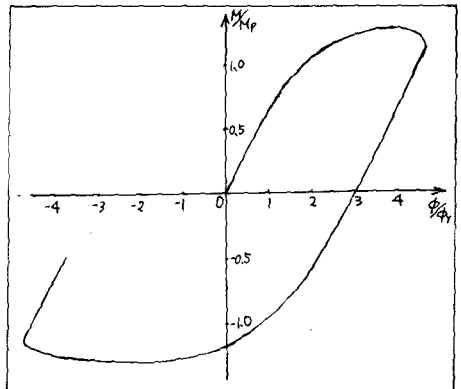


図-5