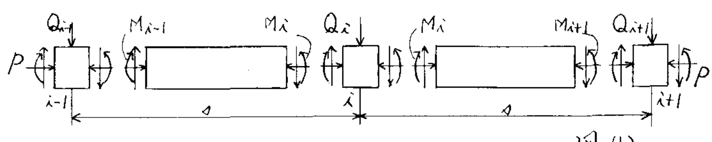
I－1　　　　I形断面ばりの弾塑性安定解析

九州大学工学部　正員　　樗木武
〃　　　　　学生員　林田紀雄
〃　　　　〃　○海江田光正，国分信徳

1．緒言　曲げを伴う圧縮部材（ beam column ）の弾塑性安定に関する最近の研究において，圧縮部材の耐力に影響を及ぼす因子として，形鋼形成後の不均等冷却の結果生ずる残留応力や，溶接組み立て断面に生ずる残留応力が，極めて重要であることが指摘されている[1]。また，文献(2)によればひずみ硬化の影響は，細長比が約80以下となるような場合には無視できないとしている。(両端ヒンジI形断面では) したがって，はりの弾塑性安定問題を論ずる際には，残留応力およびひずみ硬化の影響を同時に考慮することが望ましいといえる。しかし，かかる場合には，その基礎式が極めて複雑となり，容易に解析することが出来ない。一方，著者らは，Bar－Hinged System Method により，ひずみ硬化および残留応力の影響を考慮しない骨組構造の弾塑性安定問題を比較的容易に解析しうることを明らかにし，またその精度も十分高いことを数値的に確めている[3]。そこで，本研究は，著者らの提案による Bar－Hinged System Method を用いて，残留応力およびひずみ硬化の影響を同時に考慮するごときI形断面ばりの弾塑性安定問題の解法を論ずるものである。

2．基礎式の誘導　図(1)に示すように，部材を適当な間隔(Δ)で分割し，分割点を弾塑性ヒンジ，分割点間を剛棒に置きかえてモデル化する。本は，その際，次項を仮定する。(1)剛棒は重さがなく変形しない。(2)荷重はヒンジ部に集中して作用する。(3)弾塑性ヒンジの部材軸方向の寸法は零である。(4)応力とひずみはヒンジ部のみ生じ，これらの値はヒンジをはさむ両区間の平均値と解釈する。

剛棒に関するモーメントの釣合い式と，弾塑性ヒンジにおける鉛直方向の力の釣合い式から，次式がえられる[3]。

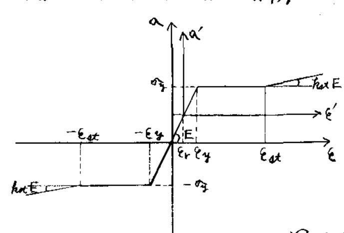


図(1)

$$M_{i+1}-2M_i+M_{i-1}-P(w_{i+1}-2w_i+w_{i-1})=-\Delta Q_i \quad (1)$$

ここに，w_i，M_i，Q_i，ヒンジ点iのたわみ，曲げモーメントおよび鉛直力。また，曲率ϕ_iが $\phi_i=-(w_{i+1}-2w_i+w_{i-1})/\Delta^2$ －(2) のようにえられる。

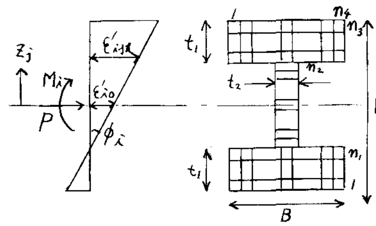
軸力Pと曲げモーメントM_iにより生ずる応力をσ'，ひずみをε'とし，部材断面に存在する残留応力をσ_r，残留ひずみをε_rとすると，各ヒンジ断面に生じる総応力(σ)は$\sigma=\sigma'+\sigma_r$，総ひずみ(ε)は$\varepsilon=\varepsilon'+\varepsilon_r$となる。$\sigma-\varepsilon$の関係として，図(2)のような理想化された硬化弾塑性体モデルを用いるものとする。



図(2)

このとき，$\sigma'-\varepsilon'$関係を$\sigma'=\nu_1\varepsilon'+\nu_2$ －(3)のように表現するものとすれば，勾配ν_1および定数項ν_2は各応力状態により次のごとくいえる。弾性域では$\nu_1=E$，$\nu_2=0$，塑性域では$\nu_1=0$，$\nu_2=\pm\sigma_y-\sigma_r$，ひずみ硬化域では$\nu_1=h_{st}E$，$\nu_2=\pm\sigma_y-\sigma_r-h_{st}E(\pm\varepsilon_{st}-\varepsilon_r)$
(応力，ひずみは引張側を正，圧縮側を負とする。)

いま，図(3)に示すように，部材断面をI形（断面積をA）とし，その縦分割数をn_3，フランジ横分割数をn_4とし，断面内の各要素は縦方向分割番号を添字jで，横方向のそれを添字kであらわすものとする。このとき，点iの任意の分割要素jkにおけるひずみε'_{ijk}は次式で与えられる。　$\varepsilon'_{ijk}=\varepsilon'_{i0}-\phi_i z_j$　―　(4)　（ここに，



図(3)

z_j；断面中央軸から分割要素までの距離，ε'_{i0}；ヒンジ点のM_i，Pによる中央軸上の付加ひずみ）他方，断面に関する釣合い条件から，$P=-\sum_{j=1}^{n_3}\sum_{k=1}^{l}A_{jk}\sigma_{ijk}$，$M_i=-\sum_{j=1}^{n_3}\sum_{k=1}^{l}A_{jk}\sigma_{ijk}z_j$（$A_{jk}$；分割要素$jk$の面積）をうる。（ここに，$n_1<j\leqq n_2$では$l=1$，$1\leqq j\leqq n_1$ or $n_2<j\leqq n_3$では$l=n_4$である。）　上記二式に式(2)，(3)および式(4)を代入すれば，ひずみε'_{i0}およびモーメントM_iとたわみw_iの関係が導かれることになる。

$$\delta'_{i0}=\Big\{-p+\mu\varphi_i\Big(\sum\sum^{|\delta_{ijk}|\leqq 1}a_{jk}\bar z_j+k_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}\bar z_j\Big)+\Big(-\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>1}a_{jk}\,\mathrm{sign}(\delta_{ijk})+k_{st}\delta_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}\,\mathrm{sign}(\delta_{ijk})\Big)$$
$$+\Big(\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>1}a_{jk}\delta_{rijk}-k_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}\delta_{rijk}\Big)\Big\}\Big/\Big(\sum\sum^{|\delta_{ijk}|\leqq 1}a_{jk}+k_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}\Big)$$

$$m_i=\gamma_i-\beta_i\,(y_{i+1}-2y_i+y_{i-1})\quad―\quad(5)$$

$$\gamma_i=\gamma\Big\{C_i p-\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>1}a_{jk}(\bar z_j-C_i)(\mathrm{sign}(\delta_{ijk})-\delta_{rijk})+k_{st}\delta_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}(\bar z_j-C_i)\,\mathrm{sign}(\delta_{ijk})$$
$$-k_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}(\bar z_j-C_i)\delta_{rijk}\Big\}$$

$$\beta_i=\frac{\gamma\mu n^2}{\alpha^2}\Big\{\sum\sum^{|\delta_{ijk}|\leqq 1}a_{jk}\bar z_j(\bar z_j-C_i)+k_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}\bar z_j(\bar z_j-C_i)\Big\}$$

$$C_i=\Big(\sum\sum^{|\delta_{ijk}|\leqq 1}a_{jk}\bar z_j+k_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}\bar z_j\Big)\Big/\Big(\sum\sum^{|\delta_{ijk}|\leqq 1}a_{jk}+k_{st}\sum\sum^{|\delta_{ijk}|>\delta_{st}}a_{jk}\Big)$$

ここに，$m_i=M_i/W\sigma_y$，$p=P/A\sigma_y$，$a_{jk}=A_{jk}/A$，$\delta_{ijk}=\varepsilon_{ijk}/\varepsilon_y$，$\delta'_{i0}=\varepsilon'_{i0}/\varepsilon_y$，$\delta_{rijk}=\varepsilon_{rijk}/\varepsilon_y$，$\bar z_j=z_j/H$，$\gamma=HA/W$，$\mu=\phi_y H/\varepsilon_y$，$\varphi_i=\phi_i/\phi_y$，$\phi_y=M_y/EI\,(M_y=W\sigma_y)$，$y_i=w_i/H$，$\alpha=\sqrt{\lambda^2\sigma_y/\gamma E}$　n；部材の軸方向分割数，λ；細長比，W；弾性断面係数

式(1)を無次元化した式に，式(5)を代入すれば，弾塑性安定問題に関する基礎式が導かれ，次のようになる。

$$A_{i-2}y_{i-2}+A_{i-1}y_{i-1}+A_i y_i+A_{i+1}y_{i+1}+A_{i+2}y_{i+2}=B_i\ -(6)$$

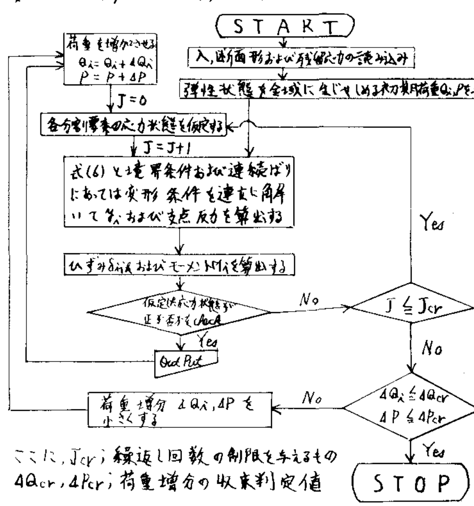
ただし，$A_{i-2}=-\beta_{i-1}$，$A_{i-1}=2(\beta_{i-1}+\beta_i)-\gamma p$，

$A_i=-(\beta_{i+1}+4\beta_i+\beta_{i-1})+2\gamma p$，

$A_{i+1}=2(\beta_i+\beta_{i+1})-\gamma p$，$A_{i+2}=-\beta_{i+1}$，

$B_i=-\lambda\sqrt{AI}\,Q_i/nWN_y-(\gamma_{i+1}-2\gamma_i+\gamma_{i-1})$

本法の計算手順は図(4)に示すとおりである。なお，計算例については，講演時に発表の予定である。



ここに，J_{cr}；繰返し回数の制限を与えるもの
ΔQ_{cr}，ΔP_{cr}；荷重増分の収束判定値

図(4)

（参考文献）

(1) 坂本順・宮村篤典・渡辺雅生；鋼構造圧縮材の塑性耐力式に関する考察

(2) 草間孝志；偏心圧縮柱の荷重・変形性状に与えるひずみ硬化の影響

(3) 櫻木武・林田紀雄；骨組構造の弾塑性安定に関する基礎理論