

浮防波堤に関する研究 (I)

— 可撓性浮防波堤の理論 —

九州大学工学部 正 員 井島武士 同 正 員 田淵幹修
 学生員 富吉従夫 同 学生員 〇上瀬純一
 学生員 田中潤児

1. まえがき

近年、港湾工事の施工のための仮設防波堤や、深海における海洋構造物、養殖漁場の外郭施設等として、簡易な浮防波堤が注目され、多くの研究が行なわれている。しかしながら、従来は実験的研究が多く、理論的に浮防波堤の特性を明らかにするには到っていない。ここでは著者らが今まで行ってきた水平板式防波堤の理論的解明に用いた方法を拡張し、浮防波堤に対する波の作用を理論的に解明しようとするもので、今回はその第一段階として、可撓性浮防波堤について、その理論の展開法を示し、簡単な場合の計算結果の一部を報告する。可撓性浮防波堤としては、例えば、シート型浮防波堤が挙げられるが、更に水面に可撓性の物体、例えば浮氷群、木材等の浮遊物体がある場合の波の変形にも適用できるものである。

2 理 論

浮遊物体の下部の流体運動

浮体は完全に可撓性であり、その密度は小さくて吃水は無視できる程度、すなわち、流体との接触面は殆んど水面と一致しているものと仮定する。また、浮体と流体との接触面で起る摩擦効果によるエネルギー損失は今回は考えない。座標原点を静水面にとり、 z 軸を上方、 x 軸を水平右方にとる。完全流体を仮定すると速度ポテンシャル $\psi(x, z; t)$ が存在し、これは次のラプラスの式を満足する。

$$\partial^2 \psi / \partial x^2 + \partial^2 \psi / \partial z^2 = 0 \quad (1)$$

水底条件は、水深を h (一定) とすると

$$z = -h \text{ で } \partial \psi / \partial z = 0 \quad (2)$$

水面変動を $\zeta(x, t)$ とすると、水面の幾何学的条件として

$$z = 0 \text{ で } \partial \zeta / \partial t = -\partial \psi / \partial z \quad (3)$$

また 水面(浮体と流体の接触面) での圧力 p_0 は

$$p_0 / \rho = -(\partial \psi / \partial t)_{z=0} - g \zeta \quad (4)$$

ここで ρ は流体の密度、 g は重力の加速度である。浮体の密度を ρ' 、厚さを d とすると、浮体の鉛直方向の運動方程式は

$$d \rho' \cdot \partial^2 \zeta / \partial t^2 = p_0 \quad (5)$$

従って、式(4)、式(5) から、水面条件式として次の関係式を得る。

$$z = 0 \text{ で } \partial^2 \zeta / \partial t^2 + g \partial \zeta / \partial z + \rho' / \rho \cdot d \cdot \partial^3 \psi / \partial z \partial t^2 = 0 \quad (6)$$

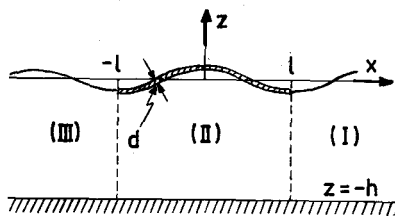


図 - 1 可撓性浮防波堤

波の frequency を σ とし、 $\Phi(x, z; t) = \phi(x, z) \cdot e^{i\sigma t}$ とすると、 $\phi(x, z)$ に対しても Laplace の方程式が成立し、また、次の条件式が与えられることになる。

$$\text{水面条件式} \quad \partial\phi/\partial z = \sigma^2 r/g \cdot \phi \quad (z=0) \quad (7)$$

$$\text{水底条件式} \quad \partial\phi/\partial z = 0 \quad (z=-h) \quad (8)$$

$$\text{ここで} \quad 1/r = 1 - f'd/pq \cdot \sigma^2 = 1 - \sigma^2 h/g \cdot f'/p \cdot d/h \quad (9)$$

式(7)、式(8)を満たす Laplace の方程式の解は次の形で与えられる。

$$\phi(x, z) = (D \cdot e^{ik'x} + E \cdot e^{-ik'x}) \frac{\cosh k'(z+h)}{\cosh k'h} + \sum_{n=1}^{\infty} (F_n \cdot e^{k_n x} + G_n \cdot e^{-k_n x}) \frac{\cosh k_n(z+h)}{\cosh k_n h} \quad (10)$$

ここで、 D, E, F_n, G_n は任意定数で、 k' 、および k_n は次式で与えられる固有値である。

$$r \cdot \sigma^2 h/g = k'h \cdot \tanh k'h = -k_n h \cdot \tan k_n h, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (11)$$

有限長の浮体が浮遊する場合の運動

図一に示すように、水深 h の海域に長さ $2l$ の浮体が浮遊している場合を考える。右方から frequency σ の波が入射するものとし、浮体の中心を原点にとると、 $x = \pm l$ において、流体域は I, II, III に分けられる。領域 I と III は自由表面をもつから、入射波を A、反射波を B、通過波を H で表わし、I および II 領域での速度ポテンシャルを各々 $\Phi_1(x, z; t) = \phi_1(x, z) e^{i\sigma t}$ 、 $\Phi_3(x, z; t) = \phi_3(x, z) e^{i\sigma t}$ とすると、 ϕ_1, ϕ_3 は次式で与えられる。

$$\phi_1(x, z) = (A \cdot e^{ik(x-l)} + B \cdot e^{-ik(x-l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \cdot e^{-k_m(x-l)} \frac{\cosh k_m(z+h)}{\cosh k_m h} \quad (12)$$

$$\phi_3(x, z) = H \cdot e^{ik(x+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} I_m \cdot e^{k_m(x+l)} \frac{\cosh k_m(z+h)}{\cosh k_m h} \quad (13)$$

上式で、 C_m と I_m は任意定数で、 k と k_m は次式で与えられる。

$$\sigma^2 h/g = k'h \cdot \tanh k'h = -k_m h \cdot \tan k_m h, \quad (m=1, 2, 3, \dots) \quad (14)$$

領域 II の速度ポテンシャルは式(10)で与えられる。式(10)の ϕ を以下 ϕ_2 と表わす。

上の三つの速度ポテンシャルによる運動は、それらの境界 $x = \pm l$ において、mass flux と energy flux の連続性の条件から次式を満足しなければならない。

$$x=l \text{ で } \phi_1 = \phi_2 \quad \text{および} \quad \partial\phi_2/\partial x = \partial\phi_1/\partial x \quad (15)$$

$$x=-l \text{ で } \phi_2 = \phi_3 \quad \text{および} \quad \partial\phi_2/\partial x = \partial\phi_3/\partial x \quad (16)$$

上式に、式(10)、式(12)、式(13)を代入し、積分公式を用いて整理すると、次のように、それぞれ $(r-1)D/No \cdot A (=K_0)$ 、 $(r-1)F_n/No \cdot A (=K_n)$ および $(r-1)E/No \cdot A (=L_0)$ 、 $(r-1)G_n/No \cdot A (=L_n)$ に関する無限(元)連立一次方程式を得る。ただし、 $No = \frac{1}{2}(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh})$ 、で、また表記を簡単にするため、 $kh = \lambda_0$ 、 $k_n h = \lambda_n$ 、 $k'h = \lambda'_0$ 、 $k'_n h = \lambda'_n$ とする。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + i \frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \tanh k'l}{(\lambda'_0/\lambda_0)^2 - 1} \cdot K_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - i \frac{\lambda'_n}{\lambda_n} \tanh k'_n l}{(\lambda'_n/\lambda_n)^2 + 1} \cdot K_n = 1 \\ \frac{1 - i \frac{\lambda'_n}{\lambda_n} \tanh k'_n l}{(\lambda'_n/\lambda_n)^2 + 1} \cdot K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + i \frac{\lambda'_n}{\lambda_n} \tanh k'_n l}{1 - (\lambda'_n/\lambda_n)^2} \cdot K_n = 0, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{array} \right. \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + i \frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \tanh k'l}{(\lambda'_0/\lambda_0)^2 - 1} \cdot K_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - i \frac{\lambda'_n}{\lambda_n} \tanh k'_n l}{(\lambda'_n/\lambda_n)^2 + 1} \cdot K_n = 1 \\ \frac{1 - i \frac{\lambda'_n}{\lambda_n} \tanh k'_n l}{(\lambda'_n/\lambda_n)^2 + 1} \cdot K_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + i \frac{\lambda'_n}{\lambda_n} \tanh k'_n l}{1 - (\lambda'_n/\lambda_n)^2} \cdot K_n = 0, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1 - i \frac{\lambda_0'}{\lambda_0} \cot k_0 l}{(\lambda_0'/\lambda_0)^2 - 1} \cdot L_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - i \frac{\lambda_0'}{\lambda_n} \coth k_n l}{(\lambda_n'/\lambda_0)^2 + 1} \cdot L_n = 1 \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_m} \cot k_0 l}{(\lambda_0'/\lambda_m)^2 + 1} \cdot L_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \frac{\lambda_n}{\lambda_m} \coth k_n l}{1 - (\lambda_n'/\lambda_m)^2} \cdot L_n = 0, \quad (m=1, 2, 3, \dots) \end{array} \right. \quad (20)$$

上式を解いて、 K_0, K_n, L_0, L_n を求めると、常数 B, H, C_m, G_m は次式で与えられる。

$$\frac{B}{A} = \frac{K_0 + L_0}{(\lambda_0'/\lambda_0)^2 - 1} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_n + L_n}{(\lambda_n'/\lambda_0)^2 + 1} - 1 \quad (21)$$

$$\frac{H}{A} = \frac{K_0 - L_0}{(\lambda_0'/\lambda_0)^2 - 1} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_n - L_n}{(\lambda_n'/\lambda_0)^2 + 1} \quad (22)$$

$$\frac{C_m}{A} = \frac{N_0}{N_m} \left[-\frac{K_0 + L_0}{(\lambda_0'/\lambda_m)^2 + 1} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_n + L_n}{1 - (\lambda_n'/\lambda_m)^2} \right] \quad (23)$$

$$\frac{G_m}{A} = \frac{N_0}{N_m} \left[-\frac{K_0 - L_0}{(\lambda_0'/\lambda_m)^2 + 1} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_n - L_n}{1 - (\lambda_n'/\lambda_m)^2} \right] \quad (24)$$

こうして入射波 A が与えられると、すべての常数がきまる。入射波を $\zeta(x) = a \sin(kx - \sigma t)$ とすると、 $A = ag/\sigma \cdot e^{ikl}$ である。

(i) 各領域における水面波形は、それぞれ次のようになる。

$$\frac{\zeta_1(x, t)}{a} = R \left[e^{i(kx + \sigma t)} + \frac{B}{A} e^{-i(kx - \sigma t - 2kl)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{A} e^{-kn(x-l) + i(\sigma t + k_n l)} \right] \quad (25)$$

$$\frac{\zeta_2(x, t)}{a} = R e^{i(\sigma t + k_0 l)} \left[\frac{D \cosh k_0 x}{A \cosh k_0 l} + \frac{E \sinh k_0 x}{A \sinh k_0 l} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{F_n \cosh k_n x}{A \cosh k_n l} + \frac{G_n \sinh k_n x}{A \sinh k_n l} \right) \right] \quad (26)$$

$$\frac{\zeta_3(x, t)}{a} = R \left[\frac{H}{A} e^{i(kx + \sigma t + 2kl)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n}{A} e^{kn(x+l) + i(\sigma t + k_n l)} \right] \quad (27)$$

(ii) 反射率 K_r と通過率 K_t は次のようである。

$$K_r = \left| \frac{B}{A} \right| = \left| \frac{K_0 + L_0}{(\lambda_0'/\lambda_0)^2 - 1} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_n + L_n}{(\lambda_n'/\lambda_0)^2 + 1} - 1 \right| \quad (28), \quad K_t = \left| \frac{H}{A} \right| = \left| \frac{K_0 - L_0}{(\lambda_0'/\lambda_0)^2 - 1} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_n - L_n}{(\lambda_n'/\lambda_0)^2 + 1} \right| \quad (29)$$

浮体の運動の振幅は $x=l$ から $x=-l$ まで変り、次のようである。

$$\frac{|M|}{a} = \left| \frac{D \cosh k_0 x}{A \cosh k_0 l} + \frac{E \sinh k_0 x}{A \sinh k_0 l} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{F_n \cosh k_n x}{A \cosh k_n l} + \frac{G_n \sinh k_n x}{A \sinh k_n l} \right) \right| \quad (30)$$

これは、浮体に作用する圧力分布と同じ形である。

(iii) 浮体に作用する圧力の合力、即ち揚力 P_F は次式で与えられる。

$$\left| \frac{P_F}{2\rho g a \cdot l} \right| = \left| \frac{D \tanh k_0 l}{A k_0 l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n \tanh k_n l}{A k_n l} \right| \quad (31)$$

(3) 長波の場合

長波の場合は、 λ_n, λ_m は無視することができ、従って、式(17)、及び式(19)の左辺第一項だけが残る。また $\lambda_0 \approx (\sigma^2 R/g)^{1/2}$, $\lambda_0' \approx (\sigma^2 R/g)^{1/2}$ となるので、式(28)、式(29)の反射率と通過率及び式(30)は次のようになる。

$$K_r = \left| \frac{B}{A} \right| = \frac{\gamma - 1}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \gamma(\tan^2 k'l + \cot^2 k'l)}} \quad (32)$$

$$K_t = \left| \frac{H}{A} \right| = \frac{\gamma^{1/2}(\tan k'l + \cot k'l)}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \gamma(\tan^2 k'l + \cot^2 k'l)}} \quad (33)$$

$$\frac{|n|}{a} = N_0 \left| \frac{1}{1 + \gamma \tan^2 k'l} \frac{\cos k'x}{\cos k'l} + \frac{1}{1 + \gamma \cot^2 k'l} \frac{\sin k'x}{\sin k'l} + i\gamma^{1/2} \left(\frac{\cos k'l \sin k'x}{1 + \gamma \cot^2 k'l} - \frac{\sin k'l \cos k'x}{1 + \gamma \tan^2 k'l} \right) \right|$$

反射率 K_r 、及び浮体の最大振幅 a の入射波高に対する比 $|n|/a$ の計算結果を図-2、図-3に示す。 K_r は式(32)、及び図-2からわかるように $k'l = n\pi/2$ となるわち $\sigma^2 h/g \cdot \gamma = n\pi/2 \cdot h/l \tanh(n\pi/2 \cdot h/l)$ が成り立つ点で0を取るような周期値をもち、 $\sigma^2 h/g$ が大きいほど、また $\rho'/\rho \cdot d/h$ が大きい程、多くの反射の効果を期待できる。しかしながら、これらの計算結果に見られるように、長波近似では $K_r < 0.1$ での値は実用的でない。これは浮体と水面の接触面での摩擦効果を考慮していないことの影響が大きいと考えられ、また $\sigma^2 h/g$ の大きい一般的な波については、より大きい反射を期待できると考えられる。また、図-3でわかるように浮体の振幅は周期的で、漸次減衰する。

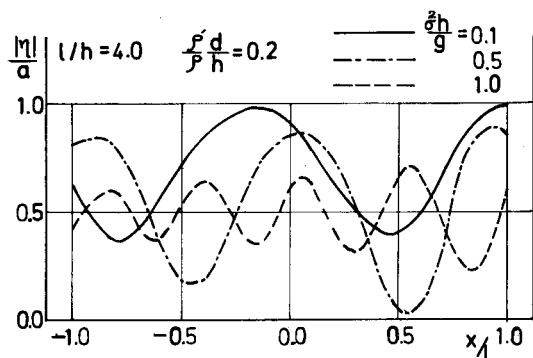


図-3 長波近似による $|n|/a$ の計算値

3. あとがき

今回は長波に対する計算結果のみの報告で、一般的な波についての浮体波堤の特性は明らかにできなかったが、更に一般の波についての計算の追加、及び、実験を行って次の機会に発表する予定である。また水面に浮いた剛体板の運動についても研究を続けており、この結果も追って発表したい。

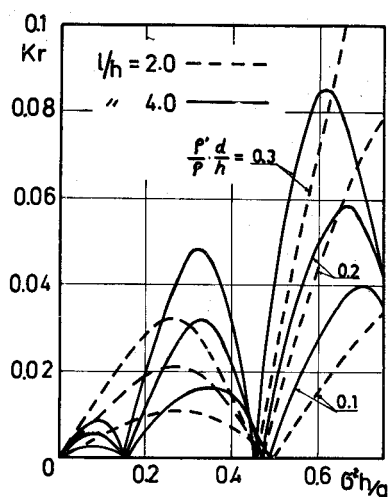


図-2(a) 長波近似による K_r の計算値

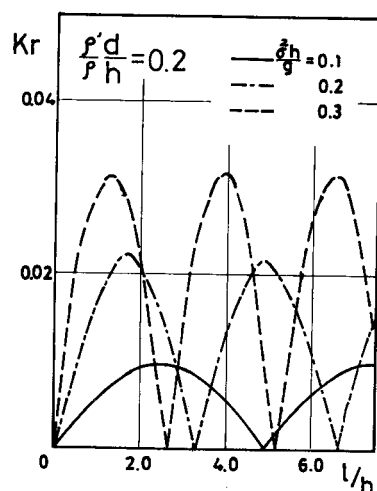


図-2(b) 長波近似による K_r の計算値