III－1　土質試験法の有効数字の取扱いについて

九州大学工学部　正員，松本鍊三

1．まえがき　工学上の測定値は，数学数とは異なる実用数として，有効数字を考えて取扱っている。土質工学会の土質試験法第3刷の計算例を見ると，有効数字は妥当な取扱いを受けていないものが散見される。これについて，さきに私見[1]を述べた。ここでは，土質試験法における有効数字の取扱い方針を提案し，これに基づいて土質試験法第3刷の計算例を検討した。

2．計算ケタ数　測定値の最終ケタには，一般に誤差がある。このほかに，計算手続きのよしあしから来る誤差がある。後者は計算中に有効数字を切捨てすぎた場合におこるもので，計算誤差と名づけよう。計算誤差はその性質上，ケタ数をじゅうぶん多くとれば除かれる。しかし，ケタ数を増すと計算が面倒になり，数字の誤読の機会がふえる。また，測定値に誤差があるから，計算結果も意味のあるケタ数に限りがある。計算誤差を除くために，次の2方法がとられている。

計算に必要なケタ数 ＝ 答として正確なケタ数 ＋ α ケタ　とすれば

2ケタ法：いつでも　$\alpha=2$　にとる。これは近似法である。

変ケタ法：計算段階の数に応じて，$\alpha=1，2，3，\cdots\cdots$ に選ぶ。大切な計算では変ケタ法による。

変ケタ法による場合，久野[2]は計算誤差を避けるに安全な計算ケタ数を簡単に求めるため，第1有効数字が1で，次に有効数字の0が並ぶという条件で，次の式を提案した。

$$m=0.2\times10^{n-S}\quad\text{--------(1)}$$

ここに，m：計算を構成する項および因数の総数，n：計算誤差を避けるに安全なケタ数，S：答の相対誤差を 1×10^{-S} とした場合のS

m は加減算では項の個数を，乗除算では因数の個数を，整数ベキでは指数の絶対値の和をそれぞれとる。小数ベキでは各指数を1と見てよい。加減算と乗除算との組合わせでは，その総和をとる。いずれにしても，m は大体の数でよい。土質試験法にしばしば出てくる計算値について，(1)式ではきびしすぎるので，第1有効数字が2で，次に有効数字の0が並ぶ測定値を考える。測定値が2のとき，4捨5入の誤差を0.5とすると，相対誤差 ε は25％となるから，一般に $\varepsilon=2.5\times10^{-n}$ と表わせる。つぎに，たとえば積の相対誤差 ε_y は因数の相対誤差の和に等しいから，各因数の相対誤差をすべて ε であるとすると，$\varepsilon_y=m\varepsilon$，この値が答の相対誤差を越えてはならないから，$2.5m\times10^{-n}\leqq1\times10^{-S}$，両者が等しくなる限度では

$$m=0.4\times10^{n-S}\quad\text{----------(2)}$$

表－1　相対誤差と計算に必要なケタ数 n（第1有効数字2の場合）

項目	記号	式	m	n 相対誤差10%	5%	4%	3%	2%	1%	0.1%
				S=1	1.301	1.398	1.523	1.699	2	3
面積	A	πr^2	3	2	3	3	3	3	3	4
体積	V	$\pi r^2 h$	4	2	3	3	3	3	3	4
含水比	w	$\{(W_a-W_b)/(W_b-W_c)\}100$	6	3	3	3	3	3	4	5
湿潤密度	γ_t	W/V	5	3	3	3	3	3	4	5
乾燥〃	γ_d	$W/(1+w/100)/V$	15	3	3	3	4	4	4	5
土粒子の比重	G_s	$W_s/\{W_s+(W_a-W_b)\}$	14	3	3	3	4	4	4	5
間ゲキ比	e	$\{G_s\gamma_w/\gamma_d\}-1$	32	3	4	4	4	4	4	5
飽和度	S_r	$G_s w_o/e$	55	4	4	4	4	4	5	6
補正加積通過率	$P\times\frac{1}{100}\times P_{2.0}$	$\frac{100}{W_s/V}\cdot\frac{G_s}{G_s-G_T}\cdot(r'+F)\gamma_w\cdot\frac{1}{100}\cdot P_{2.0}$	64	4	4	4	4	4	5	6
液性限界	w_L		6	3	3	3	3	3	4	5
塑性〃	w_P		6	3	3	3	3	3	4	5
塑性指数	I_p		14	3	3	3	4	4	4	5

表－2　m と n の関係

項および因数の総和 m	2～4	5～40	41～400
安全な計算ケタ数 n	S+1	S+2	S+3

(2)式で7種の相対誤差に対し，nを求めたのが表－1であり，mの変化に対し，nとSとの関係を示したのが表－2である。mが5～40に対しては，2ケタ法と一致している。土質試験法の計算値では，土粒子の比重を除けば，一般に相対誤差は3％前後であるといわれている。少数例であるが，試みに土質試験法第3刷の計算例によって，相対誤差※を調べたのが表－3である。表－3の誤差は平均値からの誤差である。表－3によると，G_sを除けば相対誤差の最大は2～5％といってよい。したがって，表－1によると2～5％の相対誤差では，計算ケタ数は3～4ケタとればよい。4ケタを必要とするとき3ケタをとれば，相対誤差が10％になることもあり，また，5ケタをとる必要のないこともわかる。以上のことから，土質試験法の計算ケタ数は安全を考えて4ケタとるのが妥当であろう。

表-3 土質試験法の計算例の相対誤差

記号	計算例数	最大相対誤差 %	
		範囲	平均
w_o	31	5.4～0.1	1.2
γ_t	3	2.4～0.4	1.3
G_s	1	0.07	
e	4	5.3～2.7	3.8
S_r	4	2.2～0.3	1.0
w_p	3	1.0～0.3	0.6

表－4 土質試験法第3刷の有効数字の検討

ページ	図表番号	項目	原文	試案	備考
86	2・5・2	$\frac{100}{W/V}$	1910.6	1911	有効数字の取扱い方針(6)
87	2・5・3	均等係数	1,720.9	1.7×10^3	〃 (5)
109	2・6・1	液性限界 w_L	62.60	62.6	〃 〃
246	4・2・1	湿潤密度 γ_t'	2.36	2.363	〃 (6)
272	4・3・1	測定番号1，t_2-t_1	360	3.6×10^2	〃 (2)
〃	〃	〃 ，$A(t_2-t_1)$	28,260	2.83×10^4	〃 (2)，(5)
273	4・3・2	〃 ，t_2-t_1	75,600	7.560×10^4	〃 (2)
310	4・4・1	断面積 A	33.183	33.18	〃 (6)
〃	〃	実質部の高さ h_s	0.59	0.5905	〃 (5)
359	5・2・3	供試体1，高さ	8.0	8.00	〃 〃
390	5・3・1(a)	平均含水比 w_o	112.86	112.9	〃 (6)
392	5・3・2(a)	供試体No.4，実質部高さ h_s	0.492	0.4927	e_oを4ケタ求めたいのであればh_sも4ケタとる。
393	5・3・2(b)	〃	0.497	0.4970	〃
422	5・4・1	液圧0.5，間ゲキ比e	2.11	2.106	S_rを4ケタ求めたいのであればeも4ケタとる。
424	5・4・3	圧密後，体積V_c	67.76	67.8	(4)，$80.5-12.74=67.76$ $80.5-12.7=67.8$

3．有効数字の取扱い方針

土質試験法における有効数字の取扱い方針を，次のように設けてはどうであろう。

(1) 測定値は，有効数字の最終ケタまで正しいとみなす。

(2) 位取りの0は，10のベキ乗で表わす。

(3) 測定値を用いた計算では，相対誤差2％を標準として計算ケタ数を求める。

(4) 測定値の加減算では，各項の誤差限界※※がそろうように各項を適当に丸める。

(5) 測定値の乗除算では，答の有効数字は，もとの測定値の有効数字のケタ数より多くとらない。

(6) 測定値の平均値を求めるとき，各測定値の有効数字が4ケタより少ない場合は，(4)，(5)で得る有効数字を1ケタ増してもよい。ただし，4ケタ以上の場合は4ケタにとどめる。

(7) 数字の丸め方は，JIS Z 8401－1961による。ただし，4捨5入して得た末尾の有効数字が5であるとき，この5が切捨てて得たものであれば5_+とし，切上げて得たものであれば5_-とする。

土質試験法第3刷の計算例を，上述の取扱い方針により有効数字を検討したのが表－4である。

4．あとがき

土質試験法第3刷の計算例には，有効数字の取扱いについて混乱が見られる。土質工学会においては，これについて検討されるそうであるが，ここにその一試案を示した。じゅうぶんな検討により有効数字の取扱いの適切な方針が設定され，その普及を望むものである。

※：$\frac{\text{測定値}-\text{真値}}{\text{真値}}$，一般に100倍して％で示す。相対誤差は測定値の精密度を表わす。真値はわからないので，ここでは真値の代りに平均値を用いる。

※※：測定値aの誤差をΔaとすれば，$-\delta\leqq\Delta a\leqq\delta$の関係にある正数$\delta$をいう。

参考文献

1) 松本錬三："土質試験法第2編に関する問題点"，土と基礎，Vol.18，No.4，P.43～44，昭和45年4月

2) 久野重一郎："最小二乗法の用い方"，p.229，養賢堂，昭和14年4月