

宮崎大学工学部 正会員 石黒政儀
 宮崎大学工学部 学生員 清水文隆
 宮崎大学工学部 学生員 〇利行良夫
 宮崎大学工学部 学生員 山元茂継

1. はしがき

水工計画において最も重要な問題の一つとして設計降雨があげられる。水文学の発展によって最近の流出解析では降雨の降り始めから降り終りまでを表現するハエトグラフ(連続降雨曲線)が必要となってきた。ハエトグラフの研究としては Keifer & Chu¹⁾ 石黒²⁾の研究がある。石黒は降雨強度曲線と関連づけて確率ハエトグラフの算定法を提唱しているが³⁾、本文では降雨の始まりから終りまでを1つの数式で表現する方式として、ベータ関数を導入して九州各地の降雨7/6個をとり上げて、その適合性をも検討した。なおベータ関数は今まで深く研究がなされておらず⁴⁾この関数表の一部を宮大電子計算機によって数表化した。

2. β関数 β分布は次式で表わされる。
$$p(x) = x^{p-1}(1-x)^{q-1} / \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx \quad \text{--- (1)}$$

$p(x)$ の分布関数:
$$F(x) = \int_0^x x^{p-1}(1-x)^{q-1} / \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx \quad \text{--- (2)}$$

ここで p, q は定数、 x は変数で次の条件による。 $p \geq 0, q \geq 0, 0 \leq x \leq 1$ 式(1)の理論平均値、分散を μ, σ^2 とするとモーメント法により次のように計算される。

$$\mu = \frac{p}{p+q} \quad \text{--- (3)} \quad \sigma^2 = \frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)} \quad \text{--- (4)}$$

$$\text{式(3)(4)より } p = \frac{\mu(\mu - \mu^2 - \sigma^2)}{\sigma^2} \quad \text{--- (5)} \quad q = \frac{p(1-\mu)}{\mu} \quad \text{--- (6)}$$

母平均 μ 、母分散 σ^2 に対する推定値を $\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2$ とすると上式から p, q の推定値は、
$$\bar{p} = \frac{\bar{\mu}(\bar{\mu} - \bar{\mu}^2 - \bar{\sigma}^2)}{\bar{\sigma}^2} \quad \text{--- (7)} \quad \bar{q} = \frac{\bar{p}(1-\bar{\mu})}{\bar{\mu}} \quad \text{--- (8)}$$

で求まる。図-1より $\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2$ は実測降雨より降雨量を頻度、各単位降雨の中数を代表値として計算を行う。すなわち

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i(2i-1)}{(\sum_{i=1}^n R_i \times 2n)} \quad \bar{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n R_i(2i-1)^2}{\{\sum_{i=1}^n R_i \times (2n)\}^2} - \bar{\mu}^2$$

(1) 式は次の4つのパターンに分類される。

I型 $p < 1, q < 1$: $x=0, 1$ においてピーク(∞)を生じる。

II型 $p \geq 1, q < 1$: $x=1$ においてピーク(∞)を生じる。

III型 $p < 1, q \geq 1$: $x=0$ においてピーク(∞)を生じる。

IV型 $p \geq 1, q \geq 1$: $0 \leq x \leq 1$ においてピークを生じる。

図-2 にこのパターンを图示する。九州地方の1時間20mm以上、連続降雨量100mm以上の降雨の $\bar{p}, \bar{q}$ を解析した結果、発生頻度の高いIV型を降雨型に最も良く適合するものとして採用した。

3. β関数表の作成 IV型の3変数 x, p, q の増分がそれぞれ0.01, 0.5, 0.5のβ関数表はケンブリッジ大学にて計算公開されているが⁵⁾、この数値表では実際の降雨を表現して時間降雨量を求

図-1 $\bar{\mu}, \bar{\sigma}^2$ の算定

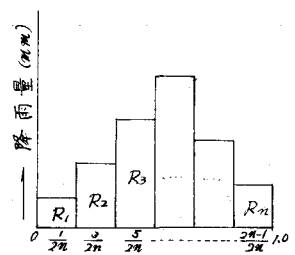
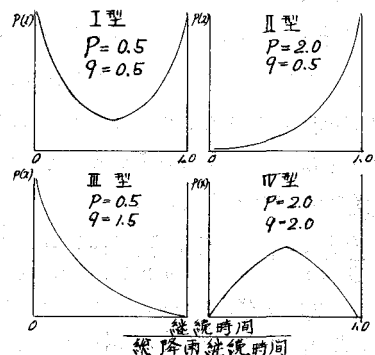


図-2 β分布のパターン



めるには不十分である。一般にこの数値表から補間法によって数値は求められるがきわめて複雑な手数となる。そこで新しいプログラムを組み、宮大電子計算機FACOM 270によってP, qの増分が共に0.1であるβ関数表の計算を行なった。ここでxの増分は時間雨量の算定を容易にするために1とつた。すべてのP, q値に対して数表化するのが望ましいが、膨大な計算量となるのでP, qが共に1.0から5.0までの値を求めた。積分計算にはシンプソンの近似公式を用い、分割数を20にとつた。新しく求めた数表値は約4万個である。

4. ハイエトグラフへの適用 新しく作成したβ関数表によってハイエトグラフの算定を行なう。ハイエトグラフとしては10分間単位の60分連続降雨と1時間単位24時間連続降雨との2種類に適用する。60分間降雨としては宮崎市の1924年から1954年までの60分降雨量10mm以上80mm以下または24時間降雨は、福岡、長崎、熊本、宮崎、鹿児島など全九州の16気象台の日雨量100mm以上63.6mm以下を抽出し、各降雨について分散、平均値などの統計値を求めてβ関数への適用を行なった。図-3、図-4にその適用例を示す。図-3は60分連続降雨の例で実測値より平均値=0.43, 分散=0.02, 式(7), (8)より $\bar{p}=3.4$, $\bar{q}=4.5$ でNは階級分類数である。図-4は24時間連続降雨の実例である。このようにβ関数形で求めたハイエトグラフでの各单位時間降雨量は60分連続降雨に対してはxが $[0, \frac{4}{24}]$, $[\frac{4}{24}, \frac{8}{24}]$, ..., $[\frac{32}{24}, \frac{36}{24}]$, 24時間連続降雨に対しては $[0, \frac{1}{24}]$, $[\frac{1}{24}, \frac{2}{24}]$, ..., $[\frac{23}{24}, \frac{24}{24}]$ の確率を前述のβ関数表から読み、その値に総降雨を乗するだけで求まる。任意時間t, t間の降雨量は、総降雨継続時間をTとした場合、 $P\left\{\frac{t}{T} \leq x \leq \frac{t+T}{T}\right\} = \frac{\int_{\frac{t}{T}}^{\frac{t+T}{T}} x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx}{B(p, q)} - \frac{\int_0^{\frac{t}{T}} x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx}{B(p, q)}$ の確率を前述のβ関数表から読み、その値に総降雨を乗じて求まる。

なおこの関数形によるピーク位置は次式で計算できる。

$r = \frac{1-p}{2-p-q}$ --- (9) 本法での実測降雨に対する適合度は、長時間降雨に対しては降雨の時間的変動が大きいために、すべての場合に最適であるとは認められなかった。しかし短時間降雨の場合には信頼のおける適合度が認められ実用可能である。

5. おわりに ハイエトグラフの表現に従来の表現式と異なった連続関数形としてのβ関数を導入しその実用降雨への適用を試みたが、長時間降雨の一部と短時間降雨に対しては十分利用できることが明らかとなった。なおβ関数表は他の水工問題にも有効に適用できると考えられるので今後さらにこの関数形の研究を進めたい。

参考文献 1) C.T. Keifer & H.H. Chu: Synthesis Storm Pattern for Drainage Design Proc. ASCE HY 4 1957.

2) 石黒政儀: ハイエトグラフとその特性に関する研究 土木学会論文集 NO 115 1968.

3) 岩井重久, 石黒政儀 共著: 応用水文統計学, 森北出版 1970.

4) Pearson, Karl: Tables of the Incomplete beta-function Cambridge University Press 1956.

