II－16　確率水文量推定の精度について

九州大学工学部　正員　篠原　謹爾
同　同　○池田　茂
同　同　北島　崇雄

1　まえがき

確率水文量の推定，例えば，毎年の最大日雨量の資料から100年確率最大日雨量を推定する方法としては，わが国では，Hazen紙上にプロットする方法（ここでは仮りに「単純対数正規法」と称する），岩井法（対数正規分布），Gumbel-Chow法（極値分布）が一般に用いられている。これらの方法は与えられた水文資料を用いて，再現期間 T とそれに対応する確率水文量 X_T との関係式を求める方法である。ある再現期間に対応する X_T の推定値の精度は，観測資料の存在する期間内であれば求めることはできるが，観測期間をこえる将来にわたる予測値の精度は，予測しようとする期間がすぎてみないと確かめようがない。本文で問題としている推定の精度というのは，将来にわたる予測値の精度ではなく，前記3つの方法でえられる推定式のうちのどれが与えられた資料に最もよく適合するかということである。云うまでもなく，対数正規分布にしろ，極値分布にしろ，与えられた水文量がこれらの分布に完全に従うものではない。岩井法は単純対数正規法を改良したものであり一般に推定の精度が高いと考えられている。また，Gumbel 法は極値に対しては適合性がすぐれているともいわれている。本文では観測された資料値に対する各種推定法によりえられる値の適合性を比較する方法として，観測値 X_i と推定値 X_{T_i} との差の自乗和，すなわち，$\sum(X_i-X_{T_i})^2$ または 推定偏差（仮称） $\sigma_T=\sqrt{\frac{\sum(X_i-X_{T_i})^2}{m-2}}$ （m: 観測年数） を用いることにした。

いま，毎年最大の観測水文量を x_i，観測年の総数を n 年，T_i 年確率水文量を x_{T_i}，T_i 年としては，観測値を順序統計量とし，Hazen plot を用い，$T_i={2n}/{2i-1}$（ただし，$x_1<x_2<\cdots\cdots<x_i<\cdots<x_n$）で表わされるものとすると，前記3つの推定式はつぎの形式で示される。

$$X_{T_i}=X_0+\xi_i/a$$

(1) 単純対数正規法

$$X_{T_i}=\log x_{T_i}$$
$$X_0=\log x_g=\frac{1}{n}\sum(\log x_i)$$
$$F(\xi_i)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\xi_i}e^{-\xi^2}d\xi=\frac{1}{T_i}$$
$$\frac{1}{a}=\sqrt{\frac{2}{n-1}}\;S$$
$$S^2=\sum(\log x_i)^2-n(\log x_g)^2$$

(2) 岩井法

$$X_{T_i}=\log(x_{T_i}+b)$$
$$X_0=\log(u_0+b)=\frac{1}{n}\sum[\log(x_i+b)]$$
$$\log x_g=\frac{1}{n}\sum(\log x_i)$$
$$b=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}b_i\quad(m\doteqdot\frac{n}{10})$$
$$b_i=\frac{x_l x_i-x_g^2}{2x_g-(x_l+x_i)}$$
$$(l=n-i+1)$$
$$\frac{1}{a}=\sqrt{\frac{2}{n-1}}\;S$$
$$S^2=\sum\{\log(x_i+b)\}^2-n\{\log(u_0+b)\}^2$$

(3) Gumbel-Chow 法

$$X_{T_i}=x_{T_i}$$
$$X_0=x_0=\frac{1}{n}\sum x_i$$
$$\xi_i=K_i=-\frac{\sqrt{6}}{\pi}[\gamma+\log_e(\log_e\frac{T_i}{T_i-1})]$$
γ: Euler 数
$$\frac{1}{a}=\sqrt{\frac{1}{n-1}}\;S$$
$$S^2=\sum(x_i)^2-nx_0^2$$

筆者らは，先ず，福岡市の毎年最大日雨量の資料について前記3推定法により推定式を求め適合性を調べた。更に，筑後川流域の雨量記録のうち長期間の記録がある6地点をえらんで同様な検討を行

なった。本報告はその結果を述べたものである。

2　福岡市の確率最大日雨量について

1890 年から 1959 年に至る 70 年間の福岡市の毎年最大日雨量の資料を用い，単純対数正規法（S法と略称す），岩井法，Gumbel-Chow 法（G法と略称す）によって 100 年確率最大日雨量（X_{100}）を計算すると表-1 のようである。

表-1　100年確率最大日雨量（福岡市）
単位 mm

	1890～1959	1890～1909	1910～1929	1930～1949
S法	259	270	212	267
岩井法	266	292	199	272
G法	262	276	218	278

これをみると3法によりえられる値はほぼ等しいことがわかる。つぎに，同じ資料を 1890～1909，1910～1929，1930～1949 のそれぞれ 20 年ごとに分けて，各の X_{100} を計算すると表-1 に示すようで，70 年間の資料にもとづくものより推定法のちがいによる差が大きくなっており，また，資料の期間により X_{100} にかなりひらきがあり，とくに 1910～1929 年の資料からえられるものは小さい。これらの推定式の精度を調べるため，$\Sigma(X_i - X_{T_i})^2$ 及び σ_T を計算すると表-2 のようになる。先ず 70 年資料については予想されたように，岩井法，G法，S法の順に偏差が小さい。

表-2　3推定式の精度比較

	1890～1959	1890～1909	1910～1929	1930～1949
S法	1365 (4.48)	2894 (12.7)	790 (6.6)	1982 (10.5)
岩井法	1096 (4.01)	1688 (9.7)	1138 (8.6)	1528 (9.2)
G法	1276 (4.33)	2676 (12.2)	620 (5.9)	1492 (9.1)

（ ）は σ_T の値を示す

つぎに，20 年ごとの資料については，70 年資料に比べて偏差は大きい，ただ X_{100} が他のものより小さかった 1910～1929 年の資料が精度が一番よいのは興味がある。長期間の資料による推定の方が一般に精度が高いと考えられるが，逆に，短期間の資料による推定が適合性がよいからといって，それが長期の推定の精度に必ずしもつながらないことに注意すべきであろう。この資料では長周期の変動があり，たまたま，1910～1929 年間は最大日雨量が小さかった期間であったのではないかと考えられる。つぎに，1910～1929 年の資料では岩井法の精度が一番悪い。岩井法は水文量を大きさの順にならべた場合，全資料の最大値及び最小値から，全資料の凡そ 10% 位の水文量に対して適合性をよくするように「b」の値を定めているのであるから普通の場合，対数正規分布に従うと仮定する限り適合性が一番よいものと考えられる。この場合予想に反する結果がえられたことは b の値の見つもりに問題があるのではないかと考え，b の計算において，$b = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} b_i$ で，$m \fallingdotseq \frac{n}{10}$ とせず，（20 年の資料では $m=2$），m の値をいろいろかえ b を計算し，この b を用いて偏差を調べた結果が表-3 である。これをみると，1890～1909 年では $m=3$，$b=-29.3$，1910～1929 年では $b=0$，1930～1949 年では $m=4$，$b=-12.5$ の場合が最も偏差が小さい。これらのことから，推定式の適合性をよくするためには岩井法で示した b のきめ方以外の b についても調べてみる必要のあることがわ

表-3　b のちがいによる偏差の変化

	m		2	3	4	5
1890～1909	b	0	-21.3	-29.3	—	—
	σ_T	12.7	9.7	8.7	—	—
1910～1929	b	0	84.2	90.0	53.5	33.3
	σ_T	6.6	8.0	8.0	7.5	7.2
1930～1949	b	0	-10.7	-6.7	-12.5	-0.5
	σ_T	10.5	9.2	9.5	9.1	9.9

3. 筑後川流域の確率最大日雨量について

筑後川流域の雨量観測地点で比較的長期間の連續資料のある下記の観測所について毎年最大日雨量資料を用い，S法，岩井法，G法により確率最大日雨量の計算を行ない，推定式の精度を調べてみた。

(1)佐賀　76年（1891～1966年），　(2)久留米　73年（1894～1966年），(3)鳥栖　66年（1901～1966年），(4)森　68年（1899～1966年），　(5)小國　53年（1914～1966年）
(6)飯田　55年（1912～1966年）

表－4は各地点の観測期間の最大日雨量の平均値(x_0)，その標準偏差(σ)及びS法，岩井法，G法による100年確率最大日雨量(X_{100})およびそれらによる精度(σ_T)の計算結果を示している。各地点のX_{100}については，推定法による差は比較的少なく，それぞれのx_0にほぼ比例している。森の場合に，x_0が小さいのに，佐賀，鳥栖にくらべX_{100}が比較的大きいのはσが大きいためである。また，飯田のX_{100}が特に大きいのも同じ理由であろう。

表－4

		佐賀	久留米	鳥栖	森	小國	飯田
観測年数 n		76	73	66	68	53	55
平均値	x_0	137	130	136	133	163	179
	σ	50.9	42.3	52.9	56.5	58.8	71.3
X_{100}	S法	266	252	299	321	326	441
	岩井法	301	245	300	321	324	403
	G法	297	263	302	310	347	403
σ_T	S法	16.2	7.5	6.7	6.3	15.8	16.2
	岩井法	9.9	8.5	6.7	6.3	16.1	10.3
	G法	13.6	6.7	6.8	6.7	14.7	11.6

数値の下の ― は最大値，＝ は最小値

各推定法によるX_{100}のちがいをみると，いづれかの方法による結果が常に最大となるというような傾向はみられない。推定式の精度を調べてみると一般的に岩井法がよいことがわかるが，久留米，小國ではS法よりも悪いという結果がでている。福岡市の雨の場合に検討したように，岩井法による「b」の値の定め方に吟味の必要があるように思われたので，岩井法で，$m=1, 2, \cdots$ としたときのbを計算し，それぞれのbに対応するσ_Tを計算し，mの定め方，すなわちbの値とσ_Tとの関係をしらべてみた。
表－4のσ_Tからわかるように，佐賀と飯田，久留米と小國，鳥栖と森はそれぞれσ_Tについてよく似た傾向がみられるので，mの値とb，σ_Tとの関係をそれぞれの組ごとに図示すると図1～図－3のようである。表－5はb，σ_Tの変化の範囲と岩井法によるb，σ_Tおよび最小のσ_Tを与えるm，bを数値的に示したものである。

表－5

	b	σ_T	岩井法 b	岩井法 σ_T	$\sigma_{T\,min}$ 及びそのときの m, b
佐賀	-62.4～72.3	8.6～18.3	-58.10	9.90	8.55 (m=1, b=-62.4)
飯田	-51.7～103.7	8.8～63.5	57.34	10.29	8.81 (m=1, b=103.7)
久留米	-33.9～41.2	6.4～8.7	32.68	8.46	6.39 (m=1, b=-33.9)
小國	-54.3～45.1	12.8～17.2	8.25	16.11	12.75 (m=1, b=-54.3)
鳥栖	-26.3～9.2	6.5～7.0	-0.95	6.69	6.51 (m=17, b=-11.2; m=18, b=-13.4)
森	-16.8～22.9	6.3～8.2	0.70	6.25	6.25 (m=7, b=0.70)

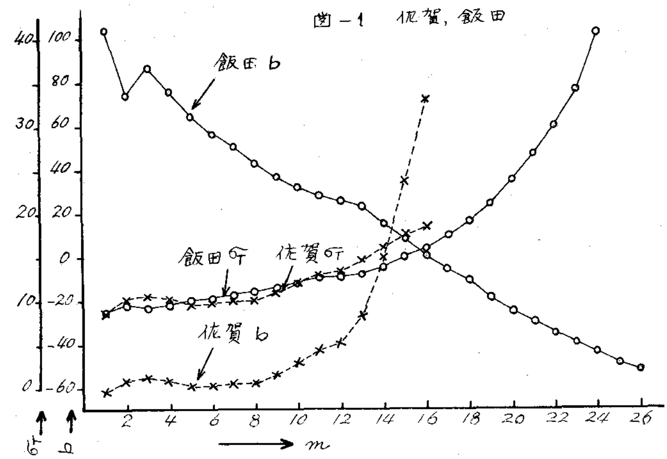
これらの結果をみると岩井法でえられるbは必ずしも最小のσ_Tを与えないこと，$m=n/10$付近ではmの値を少しかえてもσ_Tに大きなちがいはないこと，一般に適合性のいいのは，$m=1$に対応するbの値を採用するとき（鳥栖，森を除く）であることなどが知られる。このことは，観測資料の最大値，最小値に最もよく適合するように定めたbの値が最も精度がよいということを示している。しかし，將来の確率水文量を推定しようとする場合では，一般に観測資料の上限値付近の値は異常なばらつきを示すことが多いから，岩井教授が考えているように，上限値付近の値への適合性にあまりこ

だわることはかえって妥当性を欠ぐことになるであろう。

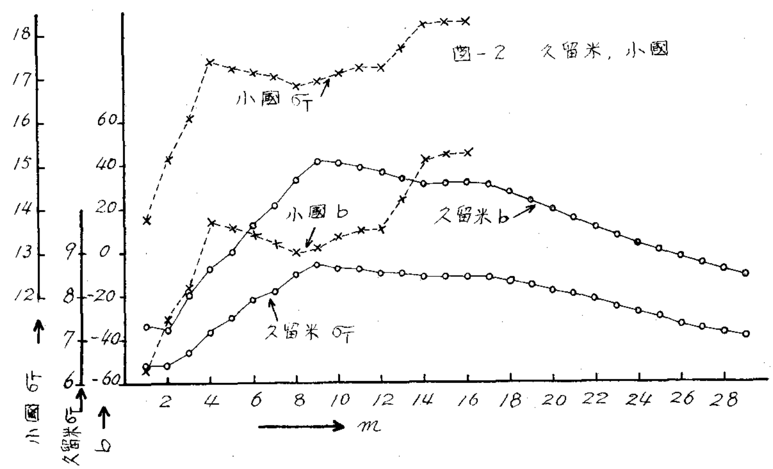
以上の計算から知られることは，毎年最大日雨量から確率水文量を推定する場合の推定式は従来行なわれているように，S法，岩井法，G法を用い，推定値はこれらの式からえられる範囲のものと考えてよいように思われる。資料の分布の状態によっては必ずしもどれか特定の一つ方法が常にすぐれているとは云えないからである。

この計算は九州大学大型計算機センターFACOM 230-60を使用して行われた。また資料の整理その他には九大水工土木教室の天本豊子，堀川宗重の諸氏のお世話になった。厚くお礼を申し上げます。

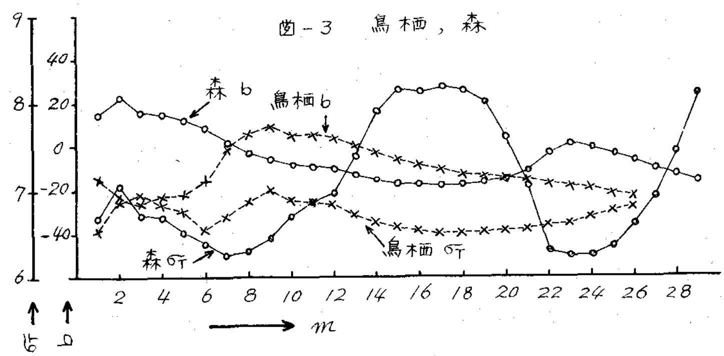
また本研究は文部省科学研究費の補助の下に行なわれたものであることを附記する。



図－1 佐賀，飯田



図－2 久留米，小國



図－3 鳥栖，森