

降雨特性の計量化について

九州大学工学部 正会員 篠原 謹爾

学生員 高崎 英邦

学生員 迫田 末寛

I. はじめに 流域の降雨特性を知することは、河川計画の立案にあたり、常に大きな問題である。従来、多く用いられている方法は、超過確率の概念であり、いわば、長期的な傾向を示すものである。しかし、河川計画においては、比較的短時間の降雨特性をも十分に考慮する必要があると思われる。そこで、本報では、降雨時系列の特性を計量化する一手法を提案した。即ち、一因子情報路容量理論を用いて、降雨強度とレベルで代表させ、降雨時系列とマルコフ連鎖と仮定することによつて、降雨特性を計量化し、本法を筑後川上流域に適用して、その実用性の可能性を検討した。

II. 基礎概念 小さな変動成分を除去するためと、実用上の目的から、降雨強度を適当な区間で l 個に分割し、それぞれにその区間の重みである特性値を与える。一因子情報路容量理論によれば、次のようにして l 個のレベルのそれぞれの生起確率が求められる。この情報路において、 $n (= \sum_{i=1}^l n_i)$ が十分に大であれば、近似的に $n_i/n = p_i$ ($i=1, 2, \dots, l$) が成立する。又、特性値の総和は、 $\sum_{i=1}^l n_i t_i$ であるので、この情報路によつて伝達される単位特性値あたりの情報量は、次式で求められる。

	1	2	3		l
	t_1	t_2	t_3		t_l
レベル	1	2	3		l
特性値	t_1	t_2	t_3		t_l
出現回数	n_1	n_2	n_3		n_l
生起確率	p_1	p_2	p_3		p_l

表-1

$$I = \frac{\sum_{i=1}^l n_i \log p_i}{\sum_{i=1}^l n_i t_i} = \frac{-\sum_{i=1}^l \frac{n_i}{n} \log p_i}{\sum_{i=1}^l \frac{n_i}{n} t_i} = \frac{-\sum_{i=1}^l p_i \log p_i}{\sum_{i=1}^l p_i t_i} = \frac{H}{\bar{t}} \quad (1)$$

ここで、 H : 全情報量(エントロピーにあたる)、 $\bar{t} = \sum_{i=1}^l p_i t_i / \sum_{i=1}^l p_i$

一因子情報路容量理論では、この現象が情報路容量を最大に起こると仮定している。

$\max_{p_i} H/\bar{t}$ を求めることは、 $\sum_{i=1}^l p_i = 1$ の制約条件を持つ極値問題に帰着する。そこで、

Lagrange 乗数 λ を導入して

$$\partial p_i \{ H/\bar{t} + \lambda \sum_{i=1}^l p_i \} = 0 \quad (2)$$

$$\text{を計算すると、} \log p_i = -1 - t_i \cdot H/\bar{t} + \lambda \bar{t} \quad (3)$$

となる。(3)式の両辺に p_i をかけて、 $i(1 \sim l)$ について和を求めると、次の様に変形できる。

$$\sum_{i=1}^l p_i \log p_i = \sum_{i=1}^l \{ -p_i - p_i t_i H/\bar{t} + p_i \lambda \bar{t} \} \quad (4)$$

$$\text{(4)式は、又、} -H = -1 - H + \lambda \bar{t} \quad (5)$$

$$\text{であり、(5)式より} \lambda = 1/\bar{t} \quad (6)$$

が求まる。故に、(6)式を(3)式に代入して変形すれば、

$$p_i = a^{-t_i/\bar{t}} = W^{-t_i} \quad \text{ここで、} \begin{cases} a: \text{対数の底} \\ a^{1/\bar{t}} = W \end{cases} \quad (7)$$

又、 $\sum_{i=1}^l p_i = 1$ より、

$$\sum_{i=1}^n W^{-t_i} = 1 \quad \text{----- (8)}$$

が成立する。(8)式は、正根が唯一存在することが知られている。単位特性値あたりのエントロピー(平均情報量にあたる)、及び、生起確率は、次式で示される。

$$C = H/\bar{e} = \log W \quad \text{----- (9)}, \quad P_i = q^{-t_i} \quad \text{----- (10)}$$

(10)、或いは(10)式による理論値と降雨の実測値との適合度検定は、 $\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ (実測個数-理論的個数)² / (理論的個数) が、自由度、 $n-1$ の χ^2 -分布に従うか否か、 χ^2 -検定を行なう。次に、ある時間の降雨強度は、それ以前の降雨強度分布に関係していると推定される。ここでは、その時間の直前の降雨強度が、他に比して、その時間の降雨強度に大きく影響していると仮定し、又、その時間は、降雨開始時からの経過時間に無関係であるとすれば、近似的に、この降雨時系列は、マルコフ連鎖とみなせる。前述の理論を用いて、過去の降雨記録の各時間の降雨強度をレベルで代表させることによって、その流域の降雨特性を推移確率で計量化することが可能となる。

Ⅲ. 適用例

前節の理論、及び、仮定を筑後川水系大山川小平量水標地奥上流域に適用してみる。流域面積は、533.7 km² で、降雨資料^{*}としては、昭和35年から40年にかけ、1000 m³/sec以上の出水を引き起こした7個であり、流域平均雨量はテーセン法を使用している。最初に降雨強度分布表を作成し、降雨強度を等間隔のレベルに分割、その特性値として、そのレベルの最大の降雨強度を取る。理論値と実測値が合致するまで逐次、レベルの分割法を変化させ、その適合度の判定には χ^2 -検定を用いた。降雨強度のレベル分割の最終結果は、図-1に示してある。又、図-2は、理論的個数と実測個数とを比較したものであり、 χ^2 -検定の結果、有意水準0.01で棄却できない。降雨時系列の推移確率は、降雨強度を前記で決定したレベルに置換して求め、その推移確率行列を表-2に示す。

Ⅳ. まとめ

適用した降雨の型は、梅雨、及び、台風型であり、7洪水の全降雨継続時間は、719時間(一時的降雨の停止時間も含む)で、やや少ないように思われるので、図-1、表-2に示した数値の精度に問題が残る。比較的長時間の計画降雨を設定する際のレベルによる降雨強度分布は、(10)式による割合を満足していることが合理的である。又、レベルによって、その流域のモデル降雨を作るには、初期確率ベクトルを仮定し、表-2の推移確率行列とともに、モンテカルロ法を用いればよく、この方面に実用の可能性が存在すると思われる。

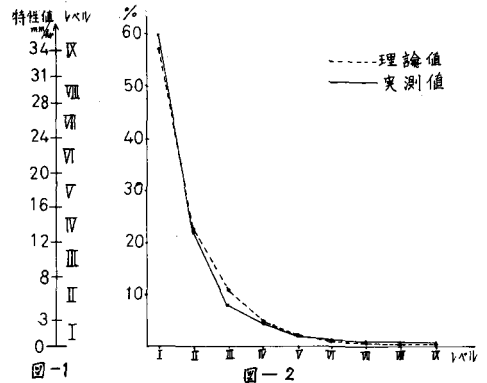


図-2

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
I	0.868	0.128	0.002	0	0.002	0	0	0	0
II	0.298	0.454	0.143	0.081	0.006	0.006	0.006	0.006	0
III	0.073	0.400	0.218	0.145	0.091	0.055	0.018	0	0
IV	0.065	0.161	0.452	0.193	0.097	0	0.032	0	0
V	0	0.294	0.176	0.059	0.118	0.059	0.176	0.118	0
VI	0.090	0.182	0.091	0.182	0.091	0.182	0	0	0.182
VII	0	0	0	0.143	0.286	0.428	0	0	0.143
VIII	0	0	0.250	0	0.500	0	0.250	0	0
IX	0	0.250	0	0	0	0.250	0	0.250	0.250

表-2