

九州大学工学部 正員 小坪 清 真
同 学生員 橋本 和 治

1. まえがき

地震を受けた橋梁の破損箇所はその支承部(橋脚頭部)に顕著である。特に最近の橋梁はスレンダーでフレキシブルな高橋脚を有し、橋脚間の剛性を異にするものが多し。そのような橋梁ではバネのような橋脚に剛体の橋桁が支持されていると考えられ、地震を受けた場合にはその支承部(橋脚頭部)に種々の力が作用していることは十分推察される。そこで以下に述べる模型実験を行ない橋梁が外乱を受けた場合にはその支承部(橋脚頭部)に作用するであろう種々の力を橋脚の応答歪から求め、解析結果と比較してみた。

2. 実験とその概略

材料としては橋桁には溝形鋼(125×65×6×8.5mm, 12.5kg/m), 橋脚にはベークライト(外径 $\phi=50$ mm, 内径 $\phi_2=44$ mm)を使用した。支点Cは剛結し、支点Bはベアリングで回転(鉛直軸回りに)できるようにした。外乱はA点に歪式加速度計をとりつけて測定した。ゲージは G_1 , G_2 の位置に90°交叉した2枚ゲージ(橋軸方向、橋軸直角方向), 1枚ゲージ(橋軸直角方向)に張った。応答は基盤(斜線部)を橋軸直角方向に運動させ、その応答歪を strain meter から photo coder に記録した。なお実験は橋脚ABの長さ L を三種類に変化(橋脚CDは一定)させ橋脚間の剛性を変え、三回行った。後の解析の際に必要となる振動系の減衰定数及び固有振動数は moving coil で橋桁を電磁的に加振して、その共振周波数及び加振力 μ 断後の自由減衰振動から求めた。

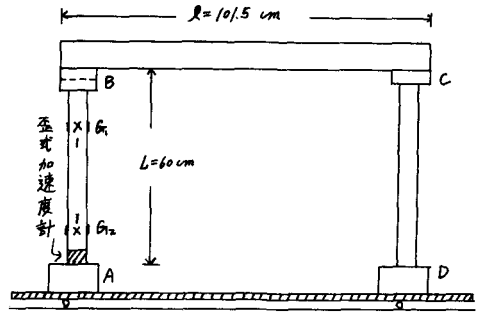


図-1 模型概略

3. 振動方程式

解析する際には橋桁を剛体と考え、それが図-2のように運動する時、橋脚は図-3のように変形する。右図の力、変形は次のように決める。

X_1 : 外乱を受けた場合、橋脚頭部に作用するせん断力

M_1 : 曲げモーメント(橋桁には捩りモーメント)

T_1 : 捩りモーメント(橋桁には曲げモーメント)

y : 橋桁の重心Gの水平変位 x : 橋脚名 $x=1$ 橋脚AB

θ : 鉛直軸(V)の回りの回転角 $x=2$ " CD

φ : 橋軸(M)の回りの回転角

橋桁の重心は y, θ, φ という三つの自由度をもち、運動方程式は次のようになる。

$$\frac{W}{g} \ddot{y} + X_1 + X_2 = -\frac{W}{g} \ddot{u} \quad (1) \quad W: \text{橋桁の重量}, u: \text{地動変位}$$

$$\frac{I_g}{g} \ddot{\theta} - X_1 l_1 + X_2 l_2 + T_2 = 0 \quad (2) \quad I_g: \text{軸Vに関する慣性モーメント}$$

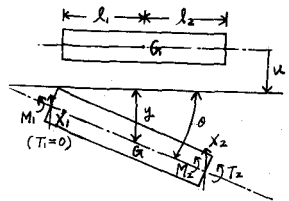


図-2 橋桁の運動

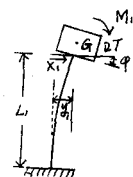


図-3 橋脚の変形

$$\frac{I_a}{g} \ddot{\varphi} + M_1 + M_2 = 0 \quad (3)$$

I_a : 軸 M に関する慣性モーメント

$$y, \theta, \varphi \text{ は次のように表わせる。} \quad y = f_1(X, M), \quad \theta = f_2(X, M), \quad \varphi = f_3(T) \quad (4)$$

$$\text{これらの } X, M, T \text{ は次のように表わせる。} \quad X = F_1(y, \theta, \varphi), \quad M = F_2(y, \theta, \varphi), \quad T = F_3(\theta) \quad (5)$$

X, M, T を求め上式 (1), (2), (3) に代入すると振動方程式が次のように求まる。

$$\frac{W}{g} \ddot{y} + 4(k_1 + k_2)y + (k_2 l_2 - k_1 l_1)\theta - 6EI\left(\frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{L_2^2}\right)\varphi = -\frac{W}{g} \ddot{u} \quad (1')$$

k_1 : 橋脚の水平力に対するばね定数

$$\frac{I_a}{g} \ddot{\theta} + 4(k_2 l_2 - k_1 l_1)y + \{k_2^2 + 4(k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2)\}\theta + 6EI\left(\frac{2}{L_1^2} - \frac{2}{L_2^2}\right)\varphi = 0 \quad (2')$$

k_2 : 橋脚の傾斜に対するばね定数

$$\frac{I_a}{g} \ddot{\varphi} - 6EI\left(\frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{L_2^2}\right)y + 6EI\left(\frac{2}{L_1^2} - \frac{2}{L_2^2}\right)\theta + 4EI\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\varphi = 0 \quad (3')$$

振動数, 振動型は $y = A_1 e^{i\omega t}$, $\theta = A_2 e^{i\omega t}$, $\varphi = A_3 e^{i\omega t}$ を (1'), (2'), (3') に代入し, $\ddot{u} = 0$ とおけば求められる。

$$\begin{bmatrix} \frac{W}{g} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_a}{g} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{I_a}{g} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ \varphi \end{Bmatrix} = [m] \begin{bmatrix} 4(k_1 + k_2) & 4(k_2 l_2 - k_1 l_1) & -6EI\left(\frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{L_2^2}\right) \\ 4(k_2 l_2 - k_1 l_1) & k_2^2 + 4(k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) & 6EI\left(\frac{2}{L_1^2} - \frac{2}{L_2^2}\right) \\ -6EI\left(\frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{L_2^2}\right) & 6EI\left(\frac{2}{L_1^2} - \frac{2}{L_2^2}\right) & 4EI\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ \varphi \end{Bmatrix} = [F] \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

とよく (1'), (2'), (3') は次のようになる。

(7) は成分に分けて書けば次のようになる。

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = -\ddot{u}[m]\{F\} \quad (6)$$

ここで変形分布 $\{x\}$ を次のように表わす。

$$\{x\} = \sum_{i=1}^3 \xi_i \{X_i\} \quad (7)$$

$$\{X_i\} = \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ \varphi \end{Bmatrix} = [X_{ij}] \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \\ \xi_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{Bmatrix}$$

i : 振動次数
 j : 質点番号
 ξ_i : 一般座標

(7) を (6) に代入して整理すれば次のようになる。

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_1 \\ \ddot{\xi}_2 \\ \ddot{\xi}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{Bmatrix} = -\ddot{u} \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{cases} M_1 = \sum_{i=1}^3 m_i X_{i1}^2, & m_1 = \frac{W}{g}, & m_2 = \frac{I_a}{g} \\ K_1 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 k_{ij} X_{i1} X_{j1}, & m_3 = \frac{I_a}{g} \\ \beta_1 = m_1 X_{11} / \sum_{i=1}^3 m_i X_{i1} \quad (\text{制振係数}) \end{cases}$$

減衰項も考慮に入れ一般に次のように表わせる。

$$\ddot{\xi}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{\xi}_i + \omega_i^2 \xi_i = -\ddot{u} \beta_i \quad (8)$$

ζ_i : i 次減衰定数
 ω_i : 固有円振動数

上式 (8) の $\ddot{u}$ に外乱を与え数値積分すれば (7) より変形分布 $\{x\}$ が求まる。

4. 応答理論

応答は橋脚頭部に地震時作用する内力 X, M, T を解析的方法及び実験より求め、比較する。

(i) 解析的方法

(ii) 実験

(5) より外乱を受けた場合橋脚頭部に作用する力は測定できるのは橋脚任意点の応答歪である。それは

$$\text{せん断力: } X = k(4y - 4\theta l_1 - 2L_1 \varphi) \quad (9)$$

より外乱を受けた場合に橋脚頭部に作用する力は,

$$\text{曲げモーメント: } M = \frac{12EI}{L_1^2} \left(-\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}\theta l_1 + \frac{1}{3}L_1 \varphi\right) \quad (10)$$

$$\text{捩りモーメント: } T = k_2 \theta \quad (11)$$

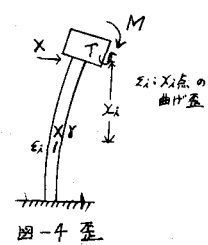
EI : 橋脚の曲げ剛性

$$X = \frac{EI}{\Delta_1} (z_1 - z_2) \quad (12)$$

$$M = \frac{EI}{\Delta_2} (z_1 X_2 - z_2 X_1) \quad (13)$$

$$T = 2\pi R^2 \pm G\gamma \quad (14)$$

と有る。
 $R = \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi_2)$
 $\gamma = \phi_1 - \phi_2$



以上の結果は講演時発表の予定である。